REVUE BELGE DE STATISTIQUE ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

Vol. 5 - N^{os} 3 et 4
JANVIER 1965

BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK EN OPERATIONEEL ONDERZOEK

Vol. 5 - N^{rs} 3 en 4
JANUARI 1965

La « Revue Belge de Statistique et de Recherche Opérationnelle » est publiée avec l'appui du Ministère de l'Education nationale et de la Culture, par les Sociétés suivantes :

SOGESCI. — Société Belge pour l'Application des Méthodes scientifiques de Gestion.
Secrétariat : 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6. Tél. 37.19.76.

S.B.S. — Société Belge de Statistique.
Siège social : 44, rue de Louvain, Bruxelles.
Secrétariat : 44, rue de Louvain, Bruxelles.

Het « Belgisch Tijdschrift voor Statistiek en Operationeel Onderzoek » wordt uitgegeven met de steun van het Ministerie van Nationale Opvoeding en Cultuur, door de volgende Verenigingen :

SOGESCI. — Belgische Vereniging voor Toepassing van Wetenschappelijke Methodes in het Bedrijfsbeheer.
Secretariaat : Neufchâtelstraat 66, Brussel 6. Tel. 37.19.76.

S.B.S. — Belgische Vereniging voor Statistiek.
Maatschappelijke zetel : 44, Leuvensestraat, Brussel.
Secretariaat : 44, Leuvensestraat, Brussel.

REVUE BELGE DE STATISTIQUE
ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

VOL. 5 - Nos 3 et 4 - JANVIER 1965 VOL. 5 - Nrs 3 en 4 - JANUARI 1965

SOMMAIRE — INHOUD

BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK
EN OPERATIONEEL ONDERZOEK

DEUX PROBLEMES DANS L'ANALYSE D'ENTREE ET DE SORTIE

par M. CASTERMANS
Ecole centrale des Arts et Métiers, Bruxelles

et J. PAELINCK
Faculté des Sciences économiques et sociales, Namur

Introduction.

Si l'analyse d'entrée et de sortie ne représente qu'un élément dans la construction de modèles de prospection économique — modèles qui essaient de dégager les possibilités de croissance économique — elle n'en reste pas moins un relais important.

Son utilisation continue à soulever des problèmes, dont certains ont déjà été exposés aux lecteurs de cette revue (1).

La présente étude n'a d'autre ambition que de proposer certaines solutions à deux de ces problèmes. Le premier est celui du traitement de l'évolution des prix d'une époque à l'autre, telle qu'elle se manifeste à travers les relations interactivités; le second est celui de l'agrégation, ou regroupement de secteurs plus élémentaires en groupe d'activités.

Les deux sections qui suivent abordent successivement ces deux questions (2).

Section I. — Le problème des prix relatifs dans les projections économiques à moyen et à long terme.

Cette étude esquisse les principes d'une méthode empirique permettant de passer de projections à prix courants à des projections à prix relatifs variables.

1. Pour obtenir un ensemble coordonné de projections par groupes de produits à moyen ou à long terme, permettant de se faire un opinion sur le développement de l'activité des branches productrices en fonction des

(1) J. Paelinck et J. Waelbroeck, Etude empirique sur l'évolution des coefficients input-output, Revue belge de statistique et de recherche opérationnelle, vol. 4, n° 1, septembre 1963, pp. 3-12. Cet article reprend les définitions usuelles en la matière; elles seront rappelées ci-après.

(2) La première section est due à M. Castermans, la seconde à J. Paelinck.

demandes, il est indiqué d'évaluer tous les agrégats relatifs à l'époque de base et à l'époque terminale à l'aide du même système de prix, en l'occurrence celui de l'année de base $t = 0$. On peut ainsi dégager des évolutions en volume.

Toutefois, les structures auxquelles on aboutit pour l'année terminale $t = T$ sont faussées par ce mode d'évaluation puisque, pour des raisons bien connues, les niveaux relatifs des prix ne seront pas les mêmes qu'en $t = 0$. En outre, l'étude des équilibres financiers, des problèmes de financement, de la balance des paiements, en l'année $t = T$, n'acquiert réellement de signification que si elle est fondée sur des grandeurs évaluées en tenant compte des niveaux relatifs de prix à cette époque.

Il serait donc souhaitable de pouvoir apprécier quelles seront les évolutions relatives des prix de $t = 0$ à $t = T$ dans les hypothèses de développement retenues.

Ce problème est en fait très complexe et ne connaît pas de solution simple. En pratique, seules des solutions approchées, basées sur des hypothèses simplificatrices, semblent possibles, même si on a recours à un processus d'approximations successives.

Une manière d'aborder le problème, et susceptible de fournir des indications utiles, est esquissée ci-après.

2. Un tableau « Entrée-Sortie », assurant la liaison entre les demandes et les productions dans les travaux de projections, peut être schématisé de la façon suivante :

	Branches			Imp.	Dem. finale « nette »	Total
	1	2	3	4		
1	—	X_{12}	X_{13}	—	Y_1	X_1
2	X_{21}	—	X_{23}	—	Y_2	X_2
3	X_{31}	X_{32}	—	—	Y_3	X_3
4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	—	—	X_4
V.A.	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	$Y_5=Z_5$	$Z+Z_4$
Tot.	X_1	X_2	X_3	X_4	Y	—

Dans ce tableau, toutes les lettres symbolisent des valeurs.

Il y a trois branches productrices, numérotées 1, 2, 3, dont la valeur de la production est respectivement X_1, X_2, X_3. On a introduit une branche fictive 4 pour les importations X_4 de matières premières.

La demande finale, condensée en une seule colonne, est « nette », c'est-à-dire diminuée des importations « semblables », donc autres que celles des matières premières reprises en X_4.

Les valeurs ajoutées brutes aux prix du marché sont reprises en une seule ligne V.A. La valeur $Z_5 = Y_5$ représente la rémunération du personnel au service des « Ménages » et des organismes sans but lucratif, ainsi que la valeur ajoutée des administrations publiques.

On peut aussi imaginer qu'il y a une ligne et une colonne 5, la ligne ne contenant que le terme Y_5 dans la colonne des Y et un terme $X_5 = Y_5$ dans la colonne « Total », la colonne, elle, ne comportant que le terme Z_5 dans la ligne V.A. et un terme $X_5 = Z_5$ dans la ligne « Total ».

Le produit intérieur brut est égal à $Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_5 = Z$, la valeur X_4 des importations a été reprise en Z_4 par commodité, de sorte qu'on a directement la relation générale d'équilibre :

$$\text{Somme des } Z = \text{somme des } Y,$$

à savoir :

$$\text{Produit intérieur brut} + \text{importations de matières premières} = \text{demande finale « nette ».}$$

Si on pose

$$a_{ij} = X_{ij}/X_j \qquad \text{et} \qquad b_j = Z_j/X_j$$

les relations comptables du tableau s'écrivent

$$(I - A)\,x = y \tag{1}$$

$$(I - A')\,i = b \tag{2}$$

où I est la matrice identité, A la matrice des coefficients a_{ij} et A' sa transposée, x le vecteur-colonne des productions X_j, y celui des demandes finales « nettes » Y_i, b celui des coefficients b_j et i le vecteur--colonne unité.

La relation (1) traduit l'équilibre entre les productions et les demandes finales « nettes », compte tenu des conditions de productions supposées connues et traduites par la matrice A.

La relation (2) est plus intéressante pour ce qui est recherché ici. En effet, si on admet provisoirement que les lignes 1 à 4 sont parfaitement homogènes, c'est-à-dire que chacune ne se rapporte qu'à un produit unique vendu au même prix aux différents utilisateurs, on peut dresser un tableau en quantités à partir du tableau initial.

A la place des X_{ij}, X_j et Y_i, on aura respectivement les quantités

$$Q_{ij} = X_{ij}/P_i \qquad Q_i = X_i/P_i \qquad F_i = Y_i/P_i$$

où P_i est le prix de vente du produit i.

Pour les valeurs ajoutées, on peut introduire des quantités fictives V_j de « prix » w_j, avec $V_j = Z_j/w_j$.

Aux coefficients a_{ij} et b_j, on substituera les coefficients $c_{ij} = Q_{ij}/Q_j$ et $d_j = V_j/Q_j$.

Entre les a_{ij} et c_{ij} d'une part, les b_j et d_j d'autre part, on a les relations

$$A = \hat{P}\,C\,\hat{P}^{-1} \qquad \text{ou} \qquad C = \hat{P}^{-1}\,A\,\hat{P}$$

$$\text{et} \qquad b = \hat{W}\,\hat{P}^{-1}\,d = \hat{P}^{-1}\,\hat{D}\,w$$

où $\hat{P}$, $\hat{W}$ et $\hat{D}$ sont les matrices diagonales formées à partir des éléments des vecteurs correspondants p, w et d.

La relation (2) devient alors

$$(I - C')\,p = \hat{D}\,w \tag{3}$$

Cette relation traduit ainsi l'interdépendance générale des prix; en d'autres termes, à tout tableau correspond un système de prix défini par (3).

3. On peut s'inspirer de ces dernières considérations pour rechercher une solution au problème posé.

Il faut toutefois remarquer que l'élément fondamental dans ce qui précède est la matrice C des coefficients c_{ij}.

De l'année $t = 0$ à l'année $t = T$, chaque c_{ij} aura varié en fonction de divers facteurs, parmi lesquels les prix relatifs et le niveau de production Q_j. Or les c_{ij} servent à déterminer la liaison entre les prix; on se trouverait ainsi dans un cercle vicieux.

En fait la situation n'est pas tout à fait aussi critique.

En effet, aussi bien dans l'analyse de l'évolution de la demande finale que dans celle de l'évolution des coefficients c_{ij}, mais particulièrement dans ce dernier cas, il est pratiquement assez difficile de dissocier l'effet des variations de prix relatifs de ceux des autres facteurs en cause. C'est ainsi qu'en pratique les projections à prix constants (de $t = 0$) d'un tableau Entrée-Sortie, pour l'année $t = T$, sont en général des projections en volume incorporant les effets des variations relatives de prix par extrapolation implicite des tendances passées. Ceci leur confère de ce fait un caractère plus réaliste (1).

---

(1) On sait que par projections à prix constants on peut entendre, soit des projections faites en supposant que les prix restent inchangés — ce qui est peu réaliste —, soit des projections faites en admettant une variation des prix relatifs mais les volumes projetés restant évalués à l'aide des prix de l'époque de base.

Mais il n'est évidemment pas certain que les niveaux relatifs de prix ainsi implicitement incorporés correspondent exactement à ce qu'ils devraient être. On peut admettre cependant que les résultats constituent une approximation valable.

Ceci revient ainsi à considérer que les *coefficients* c_{ij} *sous-jacents dans le tableau pour l'année* $t = T$ *aux prix de* $t = 0$ *sont acceptables comme coefficients « en quantité » d'un tableau à prix relatifs réels pour l'année T* (hypothèse 1).

Si, en plus de cette hypothèse, on en pose une seconde, à savoir que *les prix des produits d'une branche i seront tous au même indice en* $t = T$ *par rapport à* $t = 0$, quelle que soit leur destination (hypothèse 2), on peut alors écrire un système d'équations permettant de calculer les rapports de prix $r_i = p_{iT}/p_{i0}$.

En effet, si on représente avec un astérisque les valeurs du tableau de l'année T à prix relatifs « réels », les nouveaux coefficients a^*_{ij} sont donnés par $a^*_{ij} = a_{ij}\, r_i/r_j$ et leur matrice A* est

$$A^* = \hat{R}\, A\, \hat{R}^{-1}$$

où $\hat{R}$ est la matrice diagonale formée à partir des éléments r_i du vecteur r.

L'équation (2) valable pour ce nouveau tableau est alors

$$(I - A^{*\prime})\, i = b^* \qquad (4)$$

Soit s le vecteur des coefficients par lesquels il faut multiplier les valeurs ajoutées Z_j évaluées aux prix de l'année $t = 0$ pour obtenir les valeurs ajoutées Z_j^* aux prix relatifs de l'annte $t = T$.

On a

$$b_j^* = Z_j^*/X_j^* = Z_j\, s_j/X_j\, r_j = b_j\, s_j/r_j$$

$$r_j\, b_j^* = b_j\, s_j$$

$$\text{soit} \quad \hat{R}\, b^* = \hat{B}\, s$$

où $\hat{B}$ est la matrice diagonale formée à partir des éléments du vecteur b.

Si dans la relation (4) on remplace A* par $\hat{R}\, A\, \hat{R}^{-1}$, on obtient

$$(I - \hat{R}^{-1}\, A'\, \hat{R})\, i = b^*$$

$$\hat{R}^{-1}\, (I - A')\, \hat{R}\, i = b^*$$

$$(I - A')\, r = \hat{R}\, b^*$$

$$(I - A')\, r = \hat{B}\, s \qquad (5)$$

Cette relation est du même type que (3) et traduit l'interdépendance des rapports de prix r_i et des rapports de valeurs ajoutées s_j.

Dans cette relation, il paraît alors moins hasardeux et plus rationnel de considérer les r_i, pour lesquels on n'a guère d'éléments d'appréciation, comme inconnues, plutôt que les s_j auxquels il semble plus facile de donner des valeurs en posant l'une ou l'autre hypothèse raisonnable.

Notons que si on pré-multiplie les deux membres de la relation (4) par $\hat{X}^*$, il vient

$$\begin{aligned} \hat{X}^* (I - A^*)\, i &= \hat{X}^* b^* = z^* \\ \hat{X}^* \hat{R}^{-1} (I - A')\, \hat{R}\, i &= z^* \\ \hat{X} (I - A')\, r &= z^* \qquad (6) \end{aligned}$$

équation qui peut également être obtenue en pré-multipliant les deux membres de (5) par $\hat{X}$.

Dans cette nouvelle équation matricielle, les rapports r_i sont directement reliés aux valeurs ajoutées z_j^* évaluées aux prix relatifs de l'année $t = T$.

4. En faisant deux hypothèses, la première relative au caractère représentatif des coefficients a_{ij} aux prix de l'année 0, la seconde admettant l'unicité des indices de prix par branche, on a donc obtenu d'une part l'équation (5) dans laquelle il faut maintenant attribuer des valeurs aux coefficients s_j, d'autre part l'équation (6) où interviennent les z_j^*.

Les coefficients s_j permettant de passer des z_j aux z_j^* peuvent faire l'objet d'une détermination par voie d'analyse économétrique basée sur l'expérience passée. Mais ils peuvent aussi être estimés d'une façon à la fois plus empirique et plus raisonnée; cette approche, sans tout à fait se dégager des évolutions antérieures, permet cependant de prendre en considération des éléments d'appréciation divers tels que des objectifs de politique des revenus, de loyers, de politique fiscale ou d'autres informations de caractère technico-économique.

Pour simplifier, on peut écrire pour une branche quelconque

$$Z^* = L\, w^* + K^* t + A^* + I^*$$

où L est le nombre de personnes occupées, w^* leur rémunération moyenne, K^* le stock de capital et t son taux de rémunération, A^* les amortissements et I^* les impôts indirects.

En posant $K^* = c^* Z^*$, c^* étant le coefficient de capital moyen à prix courants, $A^* = a Z^*$ et $I^* = i Z^*$, on obtient

$$Z^* = L\, w^* \,(1 - c^* t - a - i)^{-1}$$

soit $Z^* = m L w^*$, m étant un coefficient de proportionnalité.

Sous la forme de rapports de $t = T$ sur $t = 0$, on a

$$Z^*_{T/0} = m_{T/0}\, L_{T/0}\, w^*_{T/0} \qquad \text{ou} \qquad Z^*_T = Z_0\, m_{T/0}\, L_{T/0}\, w^*_{T/0}$$

La productivité en volume par personne occupée étant définie par le rapport $u = Z/L$, le coefficient s devient

$$s = m_{T/0} \frac{w^*_{T/0}}{u_{T/0}}$$

En ce qui concerne le coefficient $m_{T/0}$, on peut le fixer en fonction des variations du coefficient de capital moyen, des taux d'amortissement ou d'impôts indirects, mais sa valeur restera probablement voisine de l'unité. En première approximation, on peut même prendre $m_{T/0} = 1$ si on se limite à quelques secteurs plus ou moins agrégés tels que « Agriculture », « Industrie », « Constructions », « Services de logement », « Autres Services », « Administrations publiques ».

En ce qui concerne l'indice des rémunérations moyennes par branche, $w^*_{T/0}$, on peut le rapporter à un indice général moyen $\overline{w}$ des rémunérations et éventuellement, pour certaines branches, choisir une valeur légèrement différente si on a de bonnes raisons de le faire. Par exemple, on peut admettre un indice légèrement plus grand que la moyenne dans l'agriculture eu égard à une politique de « rattrapage » en faveur de ce secteur.

Ainsi, par un choix raisonné des valeurs de $m_{T/0}$ et de $w^*_{T/0}$, on pourra écrire par branche j

$$m_{j\,T/0}\, w^*_{j\,T/0} = h_j\, \overline{w} \qquad \text{ou} \qquad s_j = \frac{h_j\, \overline{w}}{u_{j\,T/0}}$$

De là
$$Z^*_{jT} = Z_{jT} \frac{h_j\, \overline{w}}{u_{j\,T/0}}$$

ou encore
$$Z^*_{jT} = \overline{w}\, Z_{j0}\, h_j\, L_{j\,T/0}$$

La valeur de $\overline{w}$ sera déterminée de manière que $\Sigma Z^*_{jT} = \Sigma Z_{jT} = Z_T$, c'est-à-dire qu'à prix relatifs réels et à prix constants la somme des valeurs ajoutées rend le produit intérieur brut.

Deux cas particuliers restent cependant à signaler. Pour la branche « Services de logement », le raisonnement précédent n'est pas valable et il faut noter que le coefficient de prix r est le même que le coefficient de valeur ajoutée s (1). Toutefois, il ne sera pas difficile de poser une hypothèse quant à l'évolution relative du prix des logements, sur base d'une politique des loyers et d'une comparaison avec l'indice des prix relatifs des « Autres Services ».

Le cas est analogue pour la branche fictive des importations de matières premières. Là aussi $r = s$, et on peut également se fixer une valeur de r, soit même prendre $r = 1$.

Section II. — L'agrégation dans un système d'input-output à structures de production multiples.

1. L'hypothèse d'homogénéité des produits et des prix unitaires, implicite dans presque tous les travaux portant sur des grandeurs semi-globales, et telle qu'elle a été retenue dans la section qui précède, est évidemment simplificatrice.

La non-concordance avec la réalité des faits économiques implique que l'on ne pourrait utiliser les modèles à base d'input-output pour tester les conditions d'expansion dans des hypothèses structurelles très divergentes de celles de l'année de base.

Ceci suggère, en première analyse, la séparation, dans les systèmes input-output, de structures économiques correspondant à l'élaboration de matières premières et de demi-produits d'une part, des secteurs produisant des biens finals de l'autre. On évitera par là d'épineux problèmes de pondération, rencontrés par exemple dans la procédure RAS d'extrapolation de coefficients techniques (2) et les phénomènes de feed-back provoqués par la variation des prix moyens.

L'on juxtapose donc des structures interdépendantes (type Leontief) et des structures « linéaires » (ou mieux : en ligne, type Böhm-Bawerk). Cette hypothèse d'interdépendance imparfaite (ou de « linéarité » contaminée d'interdépendance) n'a été exploitée que partiellement, en supposant acquise la structure révélée par les matrices existantes (triangularité ou diagonalité, pures ou par blocs).

---

(1) Sauf évidemment si on assigne des entrées à cette branche.

(2) Cfr. J. Paelinck et J. Waelbroeck, La procédure RAS de Cambridge pour l'extrapolation de coefficients techniques : une application au tableau interindustriel belge, en Economie Appliquée, 1964, n° 1.

Il est tout d'abord proposé ici (paragraphes 2 et 3) de ne conserver, dans la matrice input-output, que certaines structures de base, quelle que soit leur forme ; il s'agira probablement souvent d'une « linéarité » contaminée.

On verra ensuite comment cette approche permet de se rapprocher des conditions d'agrégation dite « parfaite » ; le regroupement des vecteurs élémentaires d'activité économique en branches de plus en plus agrégées pose en effet des problèmes classiques de « biais » dans les solutions pour les niveaux de production.

On ne désire ici qu'introduire le sujet, un travail conceptuel et statistique plus poussé devant permettre de distinguer les secteurs ou branches « rémanents » du modèle. Dans le cas de la Belgique, où des statistiques de production annuelles permettent de distinguer des structures d'input relativement fines, pareil travail est possible.

2. *Solutions formelles* (1).

A. *Cas simple.*

i) Supposons que la structure productive des secteurs fournissant des biens intermédiaires d'une part, des produits finals d'autre part, soit différente.

On peut écrire pour les vecteurs (2)

$$
\begin{aligned}
u &= \text{output} \\
n &= \text{livraisons intermédiaires} \\
f &= \text{livraisons finales} \\
u &= n + f \\
&= A^* n + A^{**} f + f \\
&= A^* (u - f) + A^{**} f + f \\
&= A^* u + (I + A^{**} - A^*) f
\end{aligned}
$$

d'où $$u = (I - A^*)^{-1} (I + A^{**} - A^*) f.$$

Si $A^{**} = A^*$, on retrouve la formulation simple de Leontief.

ii) Cette approche se généralise aisément.

a) Cas de plusieurs demandes finales à structures de production différentes.

On vérifie que

$$u = (I - A^*)^{-1} [\sum_i (I + A_i^{**} - A^*) f_i]$$

(1) Ces solutions ont été proposées dans un article antérieur ; voir J. Paelinck, Recherches récentes en matière de modèles de croissance, Cahiers de l'ISEA, série L (Economies régionales), n° 11, octobre 1962, pp. 117-144.

(2) Les notations sont autant que possible celles de la section 1.

b) Présence d'importations concurrentielles ou « semblables » (3) :

$$\begin{aligned} x &= u - m = n + (f - m_f - m_n) \\ &= A^* (n - m_n) + A^{**} (f - m_f) + (f - m_f) - m_n \\ &= A^* x + (I + A^{**} - A^*) (f - m_f) - m_n \end{aligned}$$

d'où $$x = (I - A^*)^{-1} [(I + A^{**} - A^*) (f - m_f) - m_n]$$

x étant le vecteur des valeurs de production nationales; si $m_n = 0$, il suffit, dans A, i), de remplacer f par $f - m_f$ et u par x.

B. *Généralisations.*

i) Le raisonnement peut être poursuivi, et la technologie normalisée de Leontief $(I - A^*)$ expurgée, pour les secteurs non homogènes du premier round.

La dérivation procède comme suit :

$$\begin{aligned} u &= x + f \\ &= A_2^* (n - A^{**} f) + A_1^* A^{**} f + A^{**} f + f \\ &= A_2^* (u - f - A^{**} f) + A_1^* A^{**} f + A^{**} f + f \\ &= (I - A_2^*)^{-1} (I + A_1^* A^{**} - A_2^* A^{**} + A^{**}) f \\ &= (1 - A_2^*)^{-1} [1 - A_2^* + A^{**} + (A_1^* - A_2^*) A^{**}] f \end{aligned}$$

Ici A^{**} représente la matrice technologique pour les produits demi-finis destinés aux productions finales, A_1^* la matrice technologique des produits entrant dans la fabrication des produits demi-finis définis ci-dessus, A_2^{**} la matrice technologique des activités rémanentes.

Si $A_2^* = A_1^* = A^*$, on retrouve le système bistructurel analysé au départ.

A remarquer que la correction $n - A^{**} f$ s'impose, puisqu'il ne faut plus d'input intermédiaire à $A^{**} f$, celui-ci étant représenté par le terme $A_1^* A^{**} f$.

ii) Le système est manifestement généralisable :

a. A une analyse plus poussée de structures homogènes : A_3^*, A_4^*, ...

b. A une multiplicité de demandes finales : f_i, f_j, ...

c. A la présence d'importations concurrentielles.

---

(3) $f - m_f$ est identique au vecteur y de la section 1.

3. *Propriétés.*

Le système généralisé de Leontief, tel qu'il vient d'être exposé, ne nécessite pas d'inversion d'ordre supérieur à celui du système de base.

Les coefficients A^* (ou A_2^*, A_3^*, ...) doivent appartenir à une technologie bien spécifique; ils sont donc moins affectés par des problèmes d'agrégation, et probablement moins aussi par des structures en éventail des prix unitaires.

L'analyse empirique seule pourra dire quel degré d'expurgation de la matrice devra être atteint pour obtenir une invariance « pratique » permettant d'utiliser le noyau matriciel pour toute une gamme d'hypothèses de croissance. Celles-ci détruisent en effet l'homogénéité structurelle des branches, ce qui ne permet plus de postuler l'invariance de la matrice technologique unique classique, même si les hypothèses étudiées n'affectent pas ce qui est purement technologique.

4. *Agrégation « parfaite ».*

Supposons une structure d'entrée et de sortie désagrégée, caractérisée par la matrice A de diagonale non nulle (1), pour laquelle nous pouvons écrire

$$u = Au + f$$

c'est-à-dire

$$u = An + Af + f$$

Soit G une matrice de regroupement, de structure $\begin{bmatrix} i' & 0 \\ 0 & i' \end{bmatrix}$

où i représente un vecteur-colonne unitaire d'ordre convenable.

L'agrégation de certaines branches s'obtient par

$$u^0 = Gu = GAn + GAf + Gf = GAn + GAf + f^0$$

Soit maintenant G'_0 une matrice de répartition pour une année donnée: G'_0 sera de structure

$$\begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$$

où β représente un vecteur-colonne d'ordre convenable.

(1) Le « netting-out » successif de la matrice poserait des problèmes.

Si $G'_{\bar{0}}$ et $G'_{\underline{0}}$ sont des matrices de répartition telles que $G'_{\bar{0}}\, n^0 = n$ et $G'_{\underline{0}}\, f^0 = f$, on peut écrire

$$G\,An = G\,A\;G'_{\bar{0}}\,n^0 = A^*\,n^0$$

$$G\,Af = G\,A\;G'_{\underline{0}}\,f^0 = A^{**}\,f^0$$

d'où

$$u^0 = A^*\,n^0 + A^{**}\,f^0 + f^0$$

Dans cette dérivation, $G'_{\bar{0}}$ représente la matrice de répartition des sous-secteurs agrégés d'après leur poids dans les livraisons intermédiaires, $G'_{\underline{0}}$ d'après leur poids dans la demande finale.

A^* et A^{**} représentent ainsi des matrices de coefficients techniques agrégés selon différentes pondérations.

Le système ramène finalement à la solution

$$u^0 = (I - A^*)^{-1}\,(I - A^{**} - A^*)\,f^0$$

c'est-à-dire du type A, i) décrit plus haut. Pour une époque future, il y aurait lieu d'estimer $G'_{\bar{t}}$ et $G'_{\underline{t}}$ afin de s'assurer d'une agrégation « parfaite » (1) qui suppose connue la ventilation des sous-branches à l'époque de projection.

Pour $G'_{\underline{t}}$ pareille extrapolation est possible sur base de l'étude des élasticités des différentes sous-branches par rapport à la branche agrégée dans la demande finale; pour $G'_{\bar{t}}$ on peut supposer en première approximation que $G'_{\bar{t}} \approx G'_{\bar{0}}$, surtout si les sous-branches agrégées sont caractérisées par des coefficients techniques approximativement proportionnels.

---

(1) H. Theil, Linear Aggregation in Input-Output Analysis, Econometrica, 1957, pp. 111-122.

SUR LE PROBLEME D'APPROVISIONNEMENT DES CENTRALES THERMIQUES

par M. NOE
M.B.L.E., Bruxelles

Introduction.

J. Abadie a exposé l'équivalent du problème suivant (1).

Soient des mines de charbon ($i = 1, 2, \ldots, I$), des centrales électriques ($j = 1, 2, \ldots, J$) et des tranches d'heures du mois ($k = 1, 2, \ldots, K$). Chaque mine a une capacité mensuelle de fourniture d'une quantité de charbon a_i. Chaque centrale a un capacité mensuelle de production lui permettant d'utiliser une quantité de charbon R_j; elle se caractérise aussi par un rendement η_j (énergie électrique/quantité de charbon). Chaque tranche du mois se caractérise par un nombre d'heures H_k, rapporté au nombre total d'heures du mois et par une demande d'énergie électrique P_k. Chaque transport de charbon d'une mine i vers une centrale j est caractérisé par un coût de transport C_{ij} par unité de quantité de charbon.

Le problème est d'alimenter les centrales et de les faire produire de manière à minimiser le coût total de transport tout en satisfaisant la demande d'énergie électrique.

J. Abadie le résout par la méthode du simplexe dans le cas d'une tranche unique et donne des indications sur la résolution du cas général. Il néglige cependant de faire remarquer que, contrairement au cas du problème de transport simple, les graphes des bases peuvent ici contenir des sous-graphes à cycle. Cette situation, qui peut déjà se présenter dans le cas d'une tranche unique, est la caractéristique la plus importante du présent problème et résulte de l'intervention des rendements η_j différents de l'unité. Certains chercheurs ont résolu le problème par l'application de l'algorithme de Dantzig et Wolfe, lequel est l'adaptation du simplexe au cas où la matrice des coefficients contient beaucoup de zéros et se partitionne en blocs dont l'interdépendance est restreinte. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle est nettement trop générale pour le problème présent, donc trop coûteuse.

---

(1) J. Abadie — Approvisionnement des centrales thermiques et généralisation du problème de transport. *Rev. Fr. Rech. Opér.*, 7, 1958, pp. 94-112.

La généralisation de la solution simplexe du problème de transport simple qui est exposée ci-dessous sera déduite directement du problème posé, sans faire appel explicitement au procédé général du simplexe. En particulier, on n'utilisera pas la notion de dualité qui n'est pas nécessaire. C'est pourquoi on ne garantit pas que les termes utilisés s'assimilent exactement à ceux qui sont employés traditionnellement dans le simplexe.

Certaines contraintes supplémentaires que l'on pourrait songer à introduire, telle une limitation des quantités de charbon transportables, ne compliqueraient pas beaucoup l'algorithme qui sera décrit.

Le réseau de transport du problème actuel est un réseau avec *multiplicateurs,* en ce sens que, au passage par les centrales, les quantités de charbon provenant des mines ne sont pas transmises intégralement en énergie électrique vers les points d'utilisation. La théorie générale de tels réseaux est faite dans (2). La généralisation à ces réseaux des algorithmes de Ford-Fulkerson a été donnée dans (3).

Signalons enfin que la méthode de résolution décrite ci-dessous a été programmée et effectivement employée sur calculatrice ZEBRA. Un des exemples essayés a fait apparaître un sous-graphe isolé à cycle.

Equations du problème.

Soit α_{ij} la quantité de charbon venant d'une mine i à destination d'une centrale j. Soit α_{is} la quantité de charbon qui n'est pas demandée à la mine i et reste disponible. Soit β_{jk} la quantité de charbon utilisée par la centrale j dans la tranche k.

Les équations du problème sont :

$$\alpha_{is} + \sum_{j=1}^{J} \alpha_{ij} = a_i \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, I$$

$$\sum_{j=1}^{J} \eta_j \, \beta_{jk} = P_k \qquad k = 1, 2, 3, \ldots, K$$

$$\sum_{i=1}^{I} \alpha_{ij} - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} = 0 \qquad j = 1,2,3, \ldots, J$$

$$0 \leqslant \alpha_{ij} \qquad 0 \leqslant \alpha_{is}$$

$$0 \leqslant \beta_{jk} \leqslant H_k \, R_j$$

(2) C. Berge & A. Ghouila-Houri — Programmes, jeux et réseaux de transport, Dunod 1962.

(3) W.S. Jewell — Optimal flow through networks with gains, *Operations Research,* 10, 1962, pp. 476-499.

Nous appellerons *contraintes* les (I + J + K) premières équations. Sous l'ensemble des conditions, il s'agit de minimiser la *fonction économique* :

$$F = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} C_{ij} \ \alpha_{ij}$$

Généralisation du problème du transport simple. Méthode du simplexe.

L'application de la méthode du simplexe conduirait ici aux simplifications propres aux problèmes de transport. La résolution du présent problème sera donc analogue à celle d'un problème de transport simple (4). Les généralisations sont nécessitées par les différences suivantes :

— il intervient trois niveaux i, j, k. au lieu de deux,
— il intervient des coefficients η_j différents de l'unité,
— une partie des variables (les β_{jk}) est bornée non seulement inférieurement mais aussi supérieurement.

Comme on l'a déjà dit, c'est la deuxième différence qui entraîne les généralisations essentielles.

Forme canonique.

On introduit une centrale fictive supplémentaire ($j = s$) vers laquelle se font des transports fictifs correspondant aux disponibilités α_{is}. Les coûts de ces transports doivent évidemment être considérés comme nuls. Il y a alors lieu d'adjoindre aux relations de contrainte la suivante, associée au nœud $j = s$:

$$\sum_{i=1}^{I} \alpha_{is} - \sum_{k=1}^{K} \beta_{sk} = 0$$

qui montre que les β_{sk} ne peuvent généralement être tous nuls. Comme aucune énergie électrique n'est débitée par la centrale s, on doit avoir $\eta_s = 0$, et les β_{sk} ont donc une répartition arbitraire.

Bases.

Une *base réalisable*, que nous appellerons simplement *base*, se définit comme un sous-ensemble des variables du problème, en nombre égal au nombre des relations de contrainte, et pouvant prendre des valeurs permises par leurs bornes. Les autres variables sont supposées atteindre exactement une de leurs bornes, et l'ensemble des variables doit satisfaire les relations de contrainte.

(4) M. Simonnard — Programmation Linéaire, Dunod 1962, ch. 11.

On recherchera plus loin une base particulière qui servira de point de départ au calcul. Parmi les β_{sk}, qui sont arbitraires, on convient d'en placer un et un seul dans une base. Le nombre de variables d'une base est donc $(I + J + K + 1)$, le β_{sk} compris.

Graphe d'une base.

On le définit en associant un nœud à chaque mine, chaque centrale, chaque tranche, et en associant une branche à chaque variable de la base. Il contient donc $(I + J + K + 1)$ nœuds et autant de branches.

Ce graphe ne peut généralement contenir aucun arbre isolé car le nombre de variables associées à ses branches serait inférieur au nombre de relations de contrainte y relatives, puisqu'il existe une contrainte par nœud. On peut donc dire que le graphe d'une base se compose d'un certain nombre de sous-graphes isolés l'un de l'autre et contenant chacun un cycle.

Potentiel d'un nœud.

A chaque nœud du graphe d'une base, on associe un *potentiel* défini comme il est décrit ci-après. Introduisons une branche supplémentaire, sans coût, aboutissant au nœud considéré, et faisons abstraction de son autre extrémité. Associons à cette branche une variable x qui peut être un α_{ij} ou un $(-\beta_{jk})$, suivant le type du nœud.

Le potentiel v du nœud est défini par les relations :

pour un nœud i ou j : $$v = -\frac{\partial F}{\partial x}$$

pour un nœud k : $$v = -\frac{\partial F}{\partial (\eta_j x)}$$

les relations de contrainte devant rester satisfaites.

La seule relation de contrainte où intervient la variable x est celle correspondant au nœud considéré, soit

pour un nœud i : $$\sum_{j=1}^{J+1} \alpha_{ij} = a_i$$

pour un nœud j : $$\sum_{i=1}^{I} \alpha_{ij} - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} = 0$$

pour un nœud k : $$\sum_{j=1}^{J+1} \eta_j \beta_{jk} = P_k$$

On voit que, dans ces contraintes, la variable x intervient indépendamment d'un choix particulier. Les potentiels sont donc bien définis de manière unique. Faisons remarquer que ceux-ci correspondent en réalité aux variables du problème dual.

(z — c) d'une branche absente.

Introduisons une branche entre les nœuds 1 et 2 du graphe, supposés non encore reliés, et associons à cette branche la variable x_{12}, laquelle peut être un α_{ij} ou un $(-\beta_{jk})$. Si le coût relatif à cette nouvelle variable est C_{12}, on obtient, suivant le cas, par définition de v_1 et v_2 :

$$-\frac{\partial F}{\partial x_{12}} = \begin{cases} v_1 + v_2 - C_{12} \\ v_1 + \eta_1 v_2 - C_{12} \end{cases}$$

mais C_{12} est toujours nul dans la seconde équation.

Afin de rejoindre les notations habituelles de la méthode du simplexe, définissons $(z-c)_{12}$ comme la diminution de la fonction économique F par unité de variation de la variable nouvelle x_{12}, cette variation se faisant dans un sens qui résulte de la borne que la variable atteignait jusque là. Dans le cas où x_{12} est un $(-\beta_{jk})$ qui se trouvait à sa borne inférieure, cette variable doit nécessairement diminuer et un signe — doit être introduit, de sorte que l'on a :

$$(z-c)_{ij} = v_i + v_j - C_{ij}$$

$$(z-c)_{jk} = \pm\, v_j + \eta_j\, v_k$$

le signe — devant être choisi si le β_{jk} se trouvait à sa borne inférieure.

Calcul des potentiels d'une base.

Dans le graphe de la base considérée, prenons une branche (1, 2) associée à la variable y_{12} et à coût x_{12}. Ajoutons-lui une branche supplémentaire en parallèle, associée à la variable supplémentaire x_{12} de même coût. On a, d'après ce qui précède, suivant que (1, 2) est une branche (i, j) ou (j, k) :

$$-\frac{\partial F}{\partial x_{12}} = \begin{cases} v_1 + v_2 - C_{12} \\ v_1 + \eta_1\, v_2 \end{cases}$$

Mais puisque les contraintes doivent rester satisfaites, pour des branches inchangées, toutes les variables de ces branches, dont $(y_{12} + x_{12})$, doivent rester inchangées, et il en est donc de même pour la fonction F. D'où :

$$\frac{\partial F}{\partial x_{12}} = 0$$

On en tire, suivant le cas :

$$\begin{cases} v_1 + v_2 - C_{12} = 0 \\ v_1 + \eta_1 v_2 = 0 \end{cases}$$

Ceci peut être écrit pour chaque branche du graphe, ce qui fournit un système de $(I + J + K + 1)$ équations à autant d'inconnues. Une de ces équations est du type :

$$v_s + \eta_s v_k = 0$$

et comme on a vu que $\eta_s = 0$, on doit toujours avoir :

$$v_s = 0$$

On peut alors tout aussi bien laisser tomber la branche β_{sk} du graphe si on retient la relation $v_s = 0$. Cela revient à transformer en arbre le sous-graphe à cycle qui contient le nœud *s*. Comme en pratique les situations à plusieurs sous-graphes sont rares, cette façon de faire entraîne que le graphe d'une base se ramène la plupart du temps à un arbre. Néanmoins, il est plus facile de raisonner en continuant à ne considérer que des graphes à cycle puisqu'il peut en apparaître.

Le système d'équations des potentiels peut se séparer en plusieurs systèmes partiels indépendants correspondant chacun à un sous-graphe isolé. Dans chacun de ces systèmes partiels, on peut vérifier que la connaissance d'un seul potentiel permet le calcul en chaîne de tous les autres.

Principe de l'algorithme du simplexe pour la minimisation de F.

Une base étant donnée, on introduit dans son graphe une branche nouvelle choisie de manière à rendre possible une diminution de la valeur de F. On fait varier la variable correspondante le plus possible jusqu'à ce qu'une variable du graphe, dont la variation est entraînée par la première sous l'effet des contraintes, atteigne une de ses bornes. Ceci nécessite l'arrêt de la variation de la « variable entrante ».

On retire alors du graphe la branche correspondant à la variable qui a atteint une de ses bornes, c'est-à-dire la « variable sortante », et l'on obtient ainsi le graphe d'une nouvelle base, associée à une valeur plus petite de la fonction économique F.

On recommence ce processus jusqu'à ne plus trouver de variable entrante susceptible de faire diminuer la fonction F. On démontrerait que l'on a alors atteint une solution optimale du problème.

Décrivons plus en détail le calcul d'une itération, en supposant que l'on dispose d'une base de départ.

Recherche de la variable entrante.

Supposant connus tous les potentiels, on calcule les $(z - c)$ de toutes les branches absentes et l'on sélectionne le plus grand. S'il est négatif ou nul, on sait que l'on a obtenu une solution optimale. Sinon l'on introduit dans le graphe la branche correspondante.

Cycle de la variable entrante.

L'introduction de la branche entrante entraîne nécessairement la formation d'un cycle supplémentaire dans le sous-graphe intéressé. Celui-ci contient donc maintenant deux cycles, qui peuvent se déterminer comme expliqué dans l'appendice.

Ces deux cycles, avec éventuellement le chemin qui les joint, déterminent un chemin M sur lequel une variation μ_e de la variable entrante entraîne des variations non nulles μ pour les variables des autres branches de ce chemin. On vérifierait que toutes les autres variables demeurent inchangées.

Si on fixe la valeur de μ_e, celles des autres μ résultent du système formé par les relations de contrainte relatives aux nœuds du chemin M.

La résolution de ce système peut se faire de la manière simple suivante. Sur le chemin M, on choisit un nœud quelconque (par exemple le nœud j de la branche entrante : $[j]$). Sur chacun des deux cycles de ce chemin, on choisit alors une branche quelconque que l'on affecte d'un μ quelconque. Puis on calcule de proche en proche, et des deux côtés, les μ des autres branches du même cycle, à l'aide des relations de contrainte de chaque nœud rencontré. On arrive ainsi, pour chacun des deux cycles, à joindre le nœud $[j]$ de deux façons. La somme des quatre valeurs de μ des branches qui aboutissent à $[j]$ n'est généralement pas nulle alors qu'elle devrait l'être pour satisfaire à la relation de contrainte de ce nœud. Pour l'annuler, il suffit de modifier adéquatement la valeur du μ de départ de l'un des deux cycles. Additionnant alors les μ des branches qui auraient été parcourues deux fois, on obtient la solution du système qui correspond à la valeur μ_e calculée en même temps.

Recherche de la variable sortante.

Ayant résolu le système des μ, on recherche la branche dont la variable atteint la première une de ses bornes. C'est la variable sortante. La valeur absolue la plus grande permise pour μ_e, soit Δ, s'en déduit. On modifie adéquatement toutes les variables à μ non nul et l'on retire du graphe la branche sortante. Le nouveau graphe est encore celui d'une base, mais est meilleur que celui dont on était parti.

Il est à noter que la variable entrante peut très bien être en même temps la variable sortante (cas d'un β_{jk} passant d'une borne à l'autre).

Fonction économique.

Le processus précédent fait évidemment diminuer la fonction économique F de la quantité :

$$\Delta \, . \, (z - c)_{\text{entrant}}$$

Calcul des nouveaux potentiels.

Seuls les potentiels du sous-graphe qui a été mis en cause sont modifiés. D'autre part, on a vu que la connaissance d'un seul potentiel de ce sous-graphe permet le calcul en chaîne de tous les autres. Le calcul d'un tel potentiel peut se faire, sans avoir à résoudre le système, à l'aide de la définition même du potentiel.

Pour cela, considérons le cycle unique contenu dans le sous-graphe après disparition de la branche sortante. Partant d'une branche quelconque de ce cycle, on recommence le calcul des valeurs de μ de proche en proche comme précédemment, jusqu'à aboutir de deux façons au nœud considéré (soit par exemple le nœud $[j]$). Les μ des deux branches qui y aboutissent ont une somme σ généralement non nulle et l'on introduit une branche fictive supplémentaire en $[j]$ associée à une variable $(-\sigma)$ pour satisfaire à la relation de contrainte en ce nœud.

Le calcul de la somme des μ du cycle, multipliés chacun par le coût correspondant, soit $\Sigma \, \mu \, c$, fournit la variation de la fonction F produite par l'introduction de la branche fictive. Une simple division donne donc la valeur du potentiel du nœud $[j]$:

$$v \, [j] = \frac{\Sigma \, \mu \, c}{- \sigma}$$

On peut noter qu'il arrivera souvent que le cycle subsistant après disparition de la branche sortante sera l'un des deux cycles existant auparavant. Dans ce cas, il est évidemment possible d'utiliser les valeurs de μ déjà calculées sur ces cycles, de sorte que le calcul du potentiel est immédiat. Le test à faire est facile à programmer sur machine.

Le calcul en chaîne des autres potentiels termine l'itération.

Base réalisable initiale.

Une base qui semble économiquement intéressante peut se déterminer directement par les régles suivantes :

1) On détermine les β_{jk} de la base en faisant fonctionner à plein, dans chaque tranche, les centrales aux meilleurs rendements, jusqu'à obtenir l'énergie électrique P_k requise. La dernière centrale sélectionnée dans une tranche ne fonctionnera que partiellement en général, de sorte que le β_{jk} correspondant devra faire partie de la base.

2) On connaît maintenant la quantité totale de charbon nécessaire à chaque centrale j, soit $\sum_k \beta_{jk}$. On détermine les α_{ij} de la base en alimentant d'abord les centrales qui nécessitent le plus de charbon, à l'aide des mines que leur sont les moins coûteuses, à concurrence des disponibilités de ces mines. Les mines qui, après alimentation de toutes les centrales, restent non saturées, font entrer dans la base leur disponibilité résiduelle α_{is}.

On peut vérifier que la base ainsi obtenue répond à la définition donnée plus haut de la base réalisable.

Notons que si la seconde règle donne lieu à une situation qui ne permet plus de trouver le charbon nécessaire, cela indique que le problème posé est sans solution. En effet, les rendements adoptés sont les plus grands possibles.

Appendice — Programmation de la recherche des deux cycles après introduction de la branche entrante.

On choisit un nœud quelconque du sous-graphe considéré. Le plus simple est de choisir le nœud j de la branche entrante, soit $[j]$. On attribue une marque quelconque au nœud $[j]$. On parcourt alors une liste des branches du graphe et lorsqu'on tombe sur une branche dont une extrémité est marquée et non l'autre, on marque cette dernière du numéro de la première. La liste est parcourue autant de fois qu'elle permet un marquage.

Lorsqu'on rencontre une branche dont les deux extrémités sont marquées, on retient cette branche comme branche de référence. On trouvera toujours deux branches de référence.

Les ayant trouvées, on peut parcourir le chemin M contenant les deux cycles, en partant des extrémités des branches de référence et en progressant d'un nœud vers celui dont le numéro est la marque du premier. En même temps on calcule les valeurs des μ à l'aide des relations de contrainte, lesquelles sont très simples. De cette manière, on aboutit forcément au nœud $[j]$ de quatre manières différentes comme expliqué dans le texte. Les branches à μ nul ne sont pas parcourues.

NOS ECHOS

Le Secrétariat de la SOGESCI a reçu les informations suivantes :

ALLERLEI

Het Sekretariaat van het SOGESCI heeft de volgende mededelingen ontvangen :

Le quatrième Symposium de l'AGIFORS (Airlines Group of International Federation of Operations Research Societies) s'est tenu à Montbazon (France), du 5 au 8 octobre 1964.

M. J. Defosse, administrateur de la SOGESCI, M^{me} D. Bindler et M. Y. Hamal, tous deux membres de la SOGESCI, y ont présenté, au nom de la SABENA, différents exposés.

Les sujets traités lors de ce Symposium étaient répartis en cinq sessions :

- Simulations (Session I) ;
- Approach of an Airline (Session II) ;
- Waiting time problems (Session III) ;
- Sales problems (Session IV) ;
- Education on O.R. (Session V).

La « Deutsche Gesellschaft für Unternehmensforschung » a tenu un congrès régional à Frankfurt/Main les 20 et 21 novembre 1964. Ce congrès était consacré à la programmation dynamique. Deux membres de la SOGESCI, M. G. de Ghellinck de l'Université de Louvain et M. J. Teghem de l'Université de Bruxelles, invités à ce congrès, y ont présenté des communications.

Un nouveau grade à l'Institut des Sciences Economiques Appliquées de l'Université de Louvain : L'ingénieur commercial et de gestion

Depuis une dizaine d'années, l'on assiste tant dans les entreprises privées que dans le secteur public, à une évolution des méthodes de gestion. Celles-ci font de plus en plus appel à des techniques quantitatives s'appuyant, pour une large part, sur les mathématiques, la statistique et la comptabilité. De plus, les outils de calcul et de traitement des données ont permis d'obtenir de plus en plus rapidement de nombreux renseignements nécessaires aux décisions de gestion.

Toujours soucieux de former de futur dirigeants qui soient à la hauteur de leurs responsabilités, l'Institut des Sciences Economiques Appliquées de l'Université de Louvain, a adapté son enseignement à cette évolution. En effet, la formation de base des candidatures a été renforcée en ce qui concerne les mathématiques et la statistique. D'autre part, depuis 1962 il a été créé le titre d'Ingénieur Commercial et de Gestion, décerné après 5 ans d'études. Ce grade peut également être conféré aux Ingénieurs Commerciaux moyennant une année de cours complémentaire et la présentation d'un mémoire de fin d'études portant sur une application pratique d'organisation ou de gestion. Les premiers diplômes seront attribués cette année.

Parmi les matières faisant l'objet d'un enseignement récent, citons : l'économie mathématique, l'économie de l'entreprise, la gestion des entreprises industrielles ainsi que les méthodes et techniques de la recherche opérationnelle.

D'autre part, la dernière année d'ingénieur commercial et de gestion permet aux étudiants qui entreront quelques mois plus tard dans la vie des affaires, de prendre contact avec des cours centrés sur les problèmes de gestion tels que :

Analyse du travail
Contrôle technique
Implantation et manutention
Gestion des opprovisionnements
Recherche Opérationnelle — questions spéciales
Traitement électronique de l'information et applications à la direction des entreprises
Analyse des marchés
Distribution des marchandises — questions spéciales
Problèmes de comptabilité de gestion
Econométrie.

Cette orientation vers les techniques modernes de gestion répond spécialement à l'attente de nombreuses entreprises et permet aux nombreux diplômés d'être armés efficacement à leur entrée dans la vie des affaires.

Pour tous renseignements s'adresser Institut des Sciences Economiques Appliquées, 2, rue des Doyens, Louvain.

PUBLICATIONS REÇUES — ONTVANGEN PUBLICATIES

1) Bulletin CORS (Canadian Operational Research Society), Vol. II, N° 1.

2) Opsearch (Operational Research Society of India), Vol. I, N° 3, July 1964.

3) Quality EOQC Journal, Vol. VIII, N° 3, Autumn 1964.

4) Revue IBN (Institut Belge de Normalisation) N^os 9 et 10, septembre et octobre 1964. — BIN Revue (Belgisch Instituut voor Normalisatie), N^rs 9 en 10, september en october 1964.

OFFRE D'EMPLOI

Le Centre Technique du Grand Quartier Général des Puissances Alliées en Europe (SHAPE) à La Haye - Pays-Bas, est un organisme militaire international utilisant du personnel civil.

Ce Centre a pour tâche d'appliquer des méthodes de recherche opérationnelle, des études analytiques, des exercices d'Etat-Major, des simulations et d'autres méthodes scientifiques à l'analyse des problèmes militaires aériens terrestres et navals que posent l'emploi des forces internationales.

Le Centre recrute actuellement du personnel civil à statut international pour :

1) sa division de recherche opérationnelle ; connaissances en :

Mathématiques
Statistique
Physique
Aéronautique
Electronique.

2) sa division d'études sur les systèmes scientifiques ; connaissances en :

Physique
Aéronautique
Electricité
Electronique.

Pour les divisions ci-dessus les connaissances doivent être sanctionnées par un diplôme universitaire ou équivalent.

Les salaires de base sont calculés compte tenu des qualifications et varient de 15.768 à 32.940 florins, nets d'impôts aux Pays-Bas. D'autres allocations et indemnités sont prévues suivant la situation de famille.

3) Un éditeur scientifique, chargé de l'édition de documents techniques : Salaire de base : 12.960 florins (nets d'impôts au Pays-Bas) + indemnités.

Ces divers postes sont ouverts aux ressortissants des pays de l'OTAN.

Les candidats doivent adresser leur demande accompagnée d'un curriculum vitae au Service du Personnel, Centre Technique du SHAPE, Boîte Postale 174 à La Haye, Pays-Bas. (SHAPE Technical Centre - P.O. Box 174 The Hague).

PLAATSAANBOD

Het Technisch Centrum van het Hoofdkwartier van de Geallieerde Strijdkrachten in Europa (SHAPE) te Den Haag - Nederland, is een internationaal leger organisme dat burgerlijk personeel te werk stelt.

Dit Centrum heeft als taak toe te passen zowel methodes van operationeel onderzoek, als analytische studies, oefeningen voor Generale-Staf, nabootsingen en andere wetenschappelijke methodes voor de analyse van legerproblemen zowel voor lucht-, land-, als zee-macht en die het gebruik van internationale strijdkrachten stellen.

Het Centrum werft op 't ogenblik burgerlijk personeel aan met internationaal statuut voor :

1) Zijn afdeling operationeel onderzoek ; kennissen worden verlangd over :
   wiskunde
   statistiek
   physica
   luchtvaart
   electronica.

2) Zijn afdeling betreffende studies over de wetenschappelijke systemen ; kennissen zijn vereist over :
   physica
   luchtvaart
   electriciteit
   electronica.

Voor de bovenstaande afdelingen moeten de vereiste kennissen bevestigd worden door een universitair of gelijkwaardig diploma.

De basissalarissen zijn berekend, rekening houdend met de kwalificaties en variëren tussen 15.768 en 32.940 gulden, belasting afgetrokken (nets d'impôts) in Nederland.

Andere toeslagen en vergoedingen zijn voorzien volgens de familiale staat.

3) Een wetenschappelijk uitgever : belast met de hulp voor het uitgeven van technische documenten.

Basis salaris : 12.960 gulden (belasting afgetrokken in Nederland) + vergoedingen.

Deze verschillende posten zijn open voor de onderdanen van de NATO landen.

De candidaten moeten hun aanvraag vergezeld van een curriculum vitae, zenden aan de dienst van het Personeel, Technisch Centrum van de SHAPE, Postbus 174 te Den Haag, Nederland (SHAPE Technical Centre, P.O. Box 174, The Hague).

Prix de vente	Verkoopprijs
Au numéro : Belgique 75 FB Etranger 90 FB Abonnement : Belgique 250 FB (4 numéros) Etranger 300 FB	Per nummer : België 75 BF Buitenland 90 BF Abonnement : België 250 BF (4 nummers) Buitenland 300 BF

Tarif de publicité

(4 numéros)

La page	:	5.000 F
La 1/2 page	:	3.000 F
Le 1/4 page	:	2.000 F

Les frais de clichés sont à charge de l'annonceur.

Publications d'articles

1) La Revue est ouverte aux articles traitant de statistique pure et appliquée, de recherche opérationnelle et de « quality control ».
2) Les manuscrits seront dactylographiés et peuvent être envoyés au secrétariat de la Revue : 66, rue de Neufchâtel Bruxelles 6.
3) Les auteurs d'articles techniques recevront 25 tirés à part de leurs textes.
4) La responsabilité des articles n'incombe qu'à leurs auteurs.

Advertentietarief

(4 nummers)

Per bladzijde	:	5.000 F
Per 1/2 bladzijde	:	3.000 F
Per 1/4 bladzijde	:	2.000 F

De cliché-onkosten vallen ten laste van de adverteerders.

Publicaties van artikels

1) Het Tijdschrift neemt artikels aan over wiskundige statistiek en toepassingen, over operationeel onderzoek en kwaliteitszorg.
2) De teksten dienen getipt gestuurd te worden naar het secretariaat van het Tijdschrift : 66, Neufchâtelstraat, Brussel 6.
3) De auteurs ontvangen 25 overdrukken van de technische artikels.
4) De auteurs zijn alleen verantwoordelijk voor de inhoud van hun teksten.