REVUE BELGE DE STATISTIQUE ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

Vol. 3 - N° 3-4
MAI 1963

BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK EN OPERATIONEEL ONDERZOEK

Vol. 3 - Nr 3-4
MEI 1963

La « Revue Belge de Statistique et de Recherche Opérationnelle » est publiée par les Sociétés suivantes :

SOGESCI. — Société Belge pour l'Application des Méthodes scientifiques de Gestion.
Secrétariat : 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6. Tél. 37.19.76.

S.B.S. — Société Belge de Statistique.
Siège social : 44, rue de Louvain, Bruxelles.
Secrétariat : 44, rue de Louvain, Bruxelles.

Comité de Direction

E. DE GRANDE, Docteur en Sciences, Theophiel Reynlaan, 53, Mortsel.

S. MORNARD, Licencié en Sciences, rue Souveraine, 51, Bruxelles 5.

R. SNEYERS, Docteur en Sciences, Météorologiste adjoint à l'Institut Royal Météorologique de Belgique, 68, rue Copernic, Bruxelles 18.

Comité de Screening

A. HEYVAERT, Ingénieur civil, 3, Val-Fleuri, Dilbeek.

R. SNEYERS, Docteur en Sciences, Météorologiste adjoint à l'Institut Royal Météorologique de Belgique, 68, rue Copernic, Bruxelles 18.

Rédaction

R. SNEYERS, Docteur en Sciences, Météorologiste adjoint à l'Institut Royal Météorologique de Belgique, 68, rue Copernic, Bruxelles 18.

Secrétariat

J.H. LENTZEN, 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6 - Tél. 37.19.76.

Het « Belgisch Tijdschrift voor Statistiek en Operationeel Onderzoek » wordt uitgegeven door de volgende Verenigingen :

SOGESCI. — Belgische Vereniging voor Toepassing van Wetenschappelijke Methodes in het Bedrijfsbeheer.
Secretariaat : Neufchâtelstraat 66, Brussel 6. Tel. 37.19.76.

S.B.S. — Belgische Vereniging voor Statistiek.
Maatschappelijke zetel : 44, Leuvensestraat, Brussel.
Secretariaat : 44, Leuvensestraat, Brussel.

Directie Comité

E. DE GRANDE, Dr in de Wetenschappen, Theophiel Reynlaan, 53, Mortsel.

S. MORNARD, Lic. in de Wetenschappen, Souverainestraat, 51, Brussel 5.

R. SNEYERS, Dr in de Wetenschappen, Adjunct-Meteoroloog bij het Koninklijk Meteorologisch Instituut van België, Copernicusstraat, 68, Brussel 18.

Screening Comité

A. HEYVAERT, Burgerlijk Ingenieur, Bloemendal, 3, Dilbeek.

R. SNEYERS, Dr in de Wetenschappen, Adjunct-Meteoroloog bij het Koninklijk Meteorologisch Instituut van België, Copernicusstraat, 68, Brussel 18.

Redactie

R. SNEYERS, Dr in de Wetenschappen, Adjunct-Meteoroloog bij het Koninklijk Meteorologisch Instituut van België, Copernicusstraat, 68, Brussel 18.

Secretariaat

J.H. LENTZEN, 66 Neufchâtelstraat, Brussel 6 - Tel. 37.19.76.

REVUE BELGE DE STATISTIQUE ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

VOL. 3 - N° 3-4 - MAI 1963 VOL. 3 - Nr 3-4 - MEI 1963

SOMMAIRE — INHOUD

Colloque international sur la recherche opérationnelle dans la gestion des entreprises — 4-5 juin 1962 3

Internationaal colloquium over operationeel onderzoek bij het bedrijfsbeheer — 4-5 juni 1962 3

P. HENRARD. — Exposé d'ouverture 4

R. GIGOT. — Au-delà de l'organisation 6

G. HALBART et J. COLLIGNON. — La gestion de l'entreprise dans l'esprit de la recherche scientifique 11

J. LESOURNE. — L'utilisation de la notion de coût marginal dans la recherche opérationnelle industrielle 25

E. VENTURA. — Analyse du comportement des détaillants et politique des ristournes 35

B. VAN OMMESLAGHE. — Etude économique de l'implantation d'une usine sidérurgique 46

H.A. FRICKE. — Expériences de recherche opérationnelle dans un complexe sidérurgique allemand 54

A. KAUFMANN. — La programmation dynamique et ses possibilités en calcul économique 64

M. LINSMAN. — Les calculateurs électroniques et la recherche opérationnelle 75

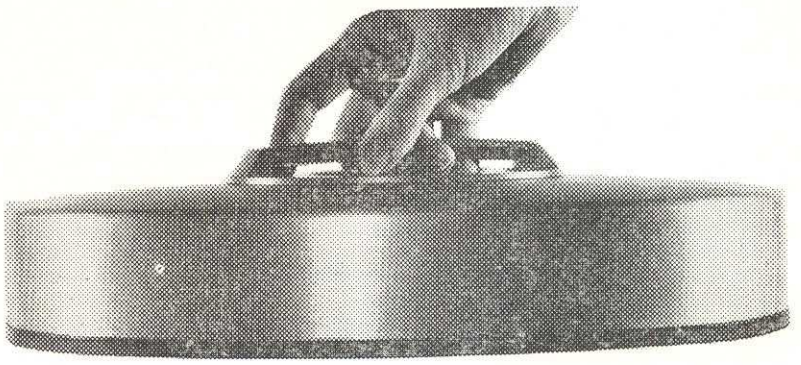
D. BINDLER-GASPARD. — Détermination de la limite de fonctionnement à coût minimum du moteur d'aviation Pratt et Whitney R. 2800 80

M. LINSMANN. — Conclusions 88

P. HENRARD. — Exposé de clôture 90

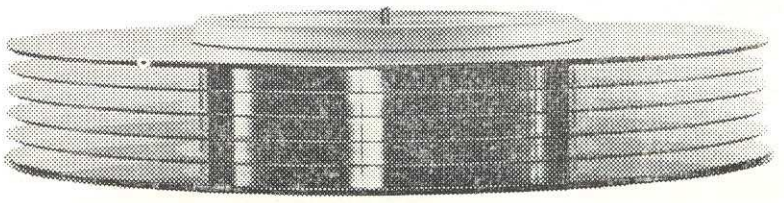
Note — Nota 93

BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK EN OPERATIONEEL ONDERZOEK



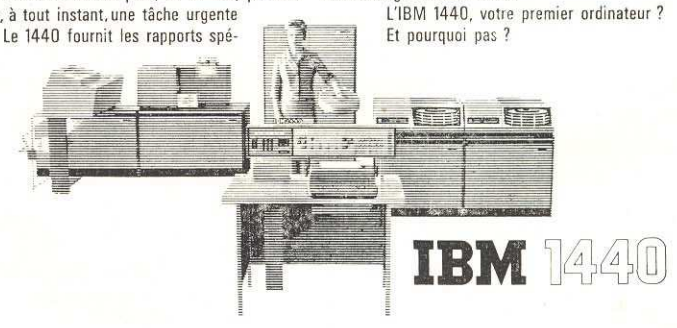
Ceci "vaut" 25.000 cartes perforées...

(ou, encore, deux millions de chiffres ou de lettres).



C'est le "DISPAC", nouvelle mémoire, amovible, d'un nouvel ordinateur IBM.
On dirait une pile de disques de "juke-box" mais là s'arrête la ressemblance: ces petits disques-ci, magnétiques, enregistrent des informations de gestion, par millions; et d'une main, d'un geste, on remplace cette pile par une autre.
Cela fait du nouvel ordinateur IBM 1440, un ordinateur économique spécialement conçu pour mettre à la portée d'un nombre accru d'entreprises les méthodes de travail des grands ensembles électroniques.
L'IBM 1440 est un système de traitement de l'information complet: il prend le relais des machines à cartes perforées et va bien plus loin. Il accélère les travaux administratifs et comptables... "saute" d'une application à une autre et peut, de ce fait, prendre en charge, à tout instant, une tâche urgente imprévue. Le 1440 fournit les rapports spéciaux destinés à donner aux interventions de la direction une efficacité accrue, en attirant son attention sur les seuls faits qui la requièrent. Et ce, à point nommé. C'est automatiquement que sont mises à jour toutes les situations intéressées, si l'une d'entre elles vient à changer. Par ailleurs, toute donnée mise en mémoire se localise et s'imprime en clair, en quelques secondes.
Stocks atteignant leur niveau d'alerte, dépassements de crédits et autres anomalies? Le 1440 les signale immédiatement. Automatiquement.
Chacune de ses piles de disques peut contenir deux millions de caractères et même davantage. C'est la pleine capacité d'enregistrement de 25.000 cartes perforées. Les "Dispacs" sont interchangeables, donnant ainsi des possibilités, pratiquement illimitées, de stockage d'informations.

L'IBM 1440, votre premier ordinateur ?
Et pourquoi pas ?



IBM 1440

COLLOQUE INTERNATIONAL SUR LA RECHERCHE OPERATIONNELLE DANS LA GESTION DES ENTREPRISES
4-5 juin 1962

INTERNATIONAAL COLLOQUIUM OVER OPERATIONEEL ONDERZOEK BIJ HET BEDRIJFSBEHEER
4-5 juni 1962

Le colloque sur « La Recherche Opérationnelle dans la Gestion des Entreprises » a été organisé par le Centre Liégeois pour l'Accroissement de la Productivité (CLAP).

Il s'est déroulé à Liège les 4 et 5 juin 1962, dans le cadre des manifestations scientifiques de la 14e Foire Internationale de Liège. Il était placé sous les patronages scientifiques de la SOGESCI et du Comité Scientifique de la Foire Internationale de Liège, ainsi que sous le Patronage d'honneur de M. P. CLERDENT, Gouverneur de la Province de Liège.

Het colloquium over « Operationeel onderzoek bij het bedrijfsbeheer » werd ingericht door het Luikse Centrum voor Bevordering van de productiviteit (C.L.A.P.).

Het heeft plaats gehad te Luik op 4 en 5 juni 1962, in het kader der wetenschappelijke manifestaties van de 14e Internationale Jaarbeurs van Luik. Het stond onder het wetenschappelijk beheer van SOGESCI en van de wetenschappelijke commissie van de Internationale Jaarbeurs van Luik en onder het erepatronaat van Dr. P. CLERDENT, Gouverneur van de provincie Luik.

Les Journées ont été présidées par M. P. HENRARD, Président du Conseil d'Administration du CLAP, tandis que les séances ont été présidées par M. L. DOR, Maître de Conférences à l'Université de Liège, chef de Service à la S.A. Cockerill-Ougrée.

Het voorzitterschap van deze studiedagen berustte bij Dr. P. HENRARD, voorzitter van de beheerraad van het C.L.A.P. terwijl de zittingen geleid werden door Dr. L. DOR, lector aan de Luikse Universiteit, Diensthoofd bij de N.V. Cockerill-Ougrée (*).

(*) Samenvattingen zullen in een volgend nummer verschijnen.

Exposé d'ouverture

par P. HENRARD,
Président du Conseil d'Administration du Centre Liégeois pour l'Accroissement de la Productivité.

Mesdames, Messieurs,

Il n'est plus besoin aujourd'hui de démontrer que le progrès technique et la découverte sont les conditions indispensables et préalables à tout essor économique.

Cet essor n'est cependant pas une fin en soi; il n'est souhaitable et valable que s'il entraîne un progrès social procurant à l'homme un meilleur épanouissement de ses aspirations physiques et morales.

Il ne servirait à rien de placer les hommes dans des maisons bourrées de frigidaires ou de télévisions, si cette amélioration matérielle, due à un progrès technique et économique, devait être obtenue au détriment de son bonheur et parfois de sa liberté.

Si je vous fais part de cette réflexion, c'est pour vous rappeler que plus nous avançons dans la civilisation industrielle qui est la nôtre, plus se rassemblent au sein de l'entreprise tous les éléments de la vie économique et sociale et plus l'entreprise accentue son influence dans l'évolution des structures économiques et sociales de notre civilisation.

Dès lors, la complexité interne des entreprises — d'une part —, et l'évolution constante du milieu économique et social au sein duquel elle se développe, impose à l'entreprise une gestion scientifique, intelligente et coordonnée.

Plus que jamais, il est important — vital même — pour l'entreprise de connaître, de prévoir et de décider en parfaite connaissance de cause et de choisir en toutes circonstances — *la solution la meilleure.*

Pour y arriver, des méthodes de plus en plus élaborées s'offrent aujourd'hui à elle; la Recherche Opérationnelle est une des plus importantes à l'ordre du jour.

Nous savons que la Recherche Opérationnelle est capable de proposer — à de nombreux problèmes posés par l'entreprise — des solutions établies scientifiquement.

Mais il est bon de rappeler que l'adoption de telle ou telle solution de Recherche Opérationnelle ressort — comme les autres — de la responsabilité et de l'autorité du chef d'entreprise dont le pouvoir de décision ne peut, en aucun cas, être entamé.

En d'autres termes, la Recherche Opérationnelle ne peut jamais s'ériger comme un état dans l'état, — loin de se substituer à la gestion réfléchie et coordonnée — *elle en constitue l'outil.*

Quels sont les types de décisions susceptibles d'être préparées par la Recherche Opérationnelle; nos Conférenciers nous le diront et ils nous donneront, je l'espère, des exemples pratiques d'application.

Sans vouloir empiéter sur leurs exposés, je me permettrai uniquement de rappeler que la Recherche Opérationnelle ne vise pas à la conduite d'une opération, mais bien à contribuer à la recherche de la meilleure opération.

Elle applique à cette fin le principe de l'optimum unique qui consiste à dire que « parmi l'ensemble des comportements, des actions possibles, en regard d'une situation déterminée, il existe *un comportement et un seul,* qui est préférable à tout autre ».

Cette recherche de la solution *idéale* fait un peu peur aux utilisateurs-chefs d'entreprise ou gestionnaires responsables que nous sommes à divers degrés.

Et nous songeons malgré tout à cette maxime de LA FONTAINE qui nous dit : qu'on « risque de tout perdre à vouloir trop gagner »... mais il ajoute aussitôt : « gardons-nous de rien dédaigner ».

Le héron de la fable avait eu, lui aussi, le choix entre la tanche, la truite ou le goujon — mais faute d'avoir reçu au bon moment un conseil qui lui aurait permis de faire un choix judicieux... il est resté le ventre vide... Ce qui est contraire à une bonne productivité.

Mesdames, Messieurs,

Même si ce Colloque qui nous rassemble ici, ne devait servir qu'à situer dans notre esprit et dans nos entreprises, la Recherche Opérationnelle à la place qui lui revient, il répondrait déjà au vœu exprimé par le Comité Scientifique de la Foire Internationale de Liège, lorsqu'il invitait le Centre Liégeois pour l'Accroissement de la Productivité à l'organiser.

Il me reste à remercier tous ceux qui ont accepté de participer à nos travaux et à vous présenter — M. Léopold DOR, Docteur en Sciences — Maître de Conférences à l'Université de Liège — Chef de Service à la S.A. Cockerill-Ougrée, qui a bien voulu accepter la charge de Président des travaux de ce Colloque.

Apôtre convaincu de la Recherche Opérationnelle et par ses qualités personnelles et ses importantes fonctions M. DOR était particulièrement désigné pour occuper ces fonctions.

Je ne doute pas que sous sa présidence — que je lui confie immédiatement — les travaux du Colloque connaîtront le meilleur succès.

Au delà de l'organisation

par R. GIGOT (Belgique)
Chef de la Division Recherche Opérationnelle de la S.O.R.C.A.

Introduction.

Les principes et les méthodes dont se sont inspirés les chefs d'entreprise pour assurer la gestion des unités industrielles se sont élaborés assez lentement au cours des temps.

Si nous jetons un coup d'œil rétrospectif sur le passé, il faut bien convenir que la gestion des entreprises y était restée un art.

L'empirisme dominait les décisions et créait la tradition; les entreprises dirigées par une personnalité marquante confiaient leurs destinées à l'autorité personnelle, à l'intuition et au sens pratique d'un homme.

On reconnaîtra cependant, que ce concept de la gestion a amorcé à la fin du siècle dernier certains des grands complexes industriels d'aujourd'hui.

Mais semblable tradition dans une entreprise est souvent de courte durée et liée à la vie de l'individu, car l'intuition n'est guère transmissible.

Ce passé nous a toutefois légué les travaux de plusieurs maîtres, qui ont précisé les fondements de la méthode et préparé ainsi les bases de l'organisation scientifique; de Galilée à Claude BERNARD, en passant par DESCARTES et Adam SMITH, un courant d'idées nouvelles s'est posé en précurseur, mais leurs applications industrielles se multipliaient peu rapidement.

C'est la révolution économique de la fin du 19ème qui va marquer un tournant dans la gestion des entreprises; une modification profonde du contexte social entraînera un élargissement des marchés et appellera des unités industrielles plus larges.

Cette croissance posera aux chefs d'entreprise des problèmes nouveaux de gestion, rendus encore plus aigus par les exigences du dimensionnement des usines. La nécessité faisant loi, les préjugés et les traditions vont vaciller et le climat psychologique deviendra adéquat pour une vague scientifique : l'organisation de l'entreprise.

L'Organisation de l'entreprise.

TAYLOR, sur le plan technique, et FAYOL sur le plan administratif font œuvre de pionniers au début de notre siècle; ils défendent la possibilité

pour la direction des entreprises de faire appel à des principes fondamentaux et à des lois aussi déterministes que celles qui régissent l'art de l'ingénieur.

Leurs réalisations déclenchent un courant de recherches et d'applications qui ne cessèrent de se développer jusqu'à la dernière guerre et qui s'affirment encore aujourd'hui.

Nous devons à cette école une succession de disciplines assez couramment appliquées dans notre pays :

— l'établissement de normes de fabrication grâce aux études de temps et mouvements élémentaires déterminaient la préparation analytique du travail, l'ordonnancement et le planning des fabrications, la spécialisation des machines, des hommes et mêmes des entreprises;

— la motivation du comportement de l'individu au travail, et la sociologie des groupes inspirèrent le T.W.I. et les public-relations;

— l'étude probabiliste des matières premières et des produits finis a amorcé le contrôle statistique des réceptions, la surveillance des fabrications et le contrôle de la qualité;

— la direction autocratique des entreprises se transformait par le truchement d'une décentralisation en gestion autonome de diverses cellules correspondant chacune aux fonctions spécialisées de FAYOL;

— enfin, la gestion économique unilatérale faisait place à une définition des objectifs des entreprises traduits en plans d'action chiffrés financièrement et attribués à des responsables multiples; c'est l'époque de la gestion budgétaire et de son contrôle.

L'ère de l'organisation partait ainsi du concept de rendement de machine pour s'étendre successivement au complexe homme machine, à la qualité des produits manufacturés, aux structures des entreprises et à leur gestion économique.

Ce mouvement est parti outre-atlantique de l'initiative privée, mais son essor est devenu tellement important que les pouvoirs publics et les entreprises ont concrétisé son action par la création de centres de productivité nationaux et régionaux.

Néanmoins, la gestion rationnelle, malgré cet ensemble de techniques, présente encore des lacunes graves :

— elle consacre une grande partie de ses efforts à la mise en valeur d'un facteur de production : le facteur humain;

— elle facilite l'action et l'exécution dans des secteurs partiels d'une industrie, sans beaucoup tenir compte des réactions des secteurs liés;

— elle vise aux fonctionnement harmonieux des secteurs d'une entreprise, au départ des facteurs de production et des processus de fabrication, sans jamais les remettre en cause;

— elle néglige l'étude du mécanisme général d'une entreprise dans son contexte interne et externe; cependant, ce mécanisme complexe réagit simultanément à de nombreux facteurs ayant chacun leur sensibilité propre, et entre eux des interactions marquantes.

De plus en plus, notre économie moderne pose aux entreprises des impératifs sévères, par l'extension des marchés, par une concurrence vive, par une technicité en progrès constant et par des potentiels de production élevés.

Il est donc indispensable :

— de résoudre les problèmes industriels et commerciaux, non plus en se préoccupant uniquement des effets, mais des causes qui les conditionnent;

— de connaître parmi les moyens à la disposition de l'entreprise, aussi bien organisés soient-ils, les meilleurs d'entre eux, ceux qui sont en opposition et ceux qui réagissent sur des circuits parallèles;

— et mesurer quantitativement l'importance économique de ces relations de causes à effets.

L'organisation acceptée maintenant comme science nécessitait donc un complément ayant pour but :

— de dégager les causes fondamentales et d'en mesurer leurs réponses;

— d'éclaircir les relations complexes qui les lient afin de prévoir;

— d'éclairer les chefs d'entreprise quant aux décisions à prendre sur le plan des politiques.

Ce complément est la Recherche Opérationnelle.

La Recherche Opérationnelle.

Comme toute discipline scientifique, il est difficile d'en donner une définition qui éviterait toute ambiguïté avec des disciplines voisines.

Aussi, vaut-il mieux en cerner le concept.

La Recherche Opérationnelle est basée essentiellement :

— sur l'introduction de l'esprit scientifique (réaliste, objectif, méthodique, rationnel);

— dans des domaines considérés jusqu'à présent comme échappant à l'investigation et à l'étude quantitative rigoureuse.

Ces domaines portent sur la direction de groupes :

— réunissant des moyens humains et matériels;

— visant à réaliser des objectifs;

— influencés par un milieu extérieur aléatoire ou même hostile.

Une entreprise industrielle par exemple, disposant de moyens déterminés, actuels ou possibles, va tendre à les exploiter pour réaliser le meilleur profit possible, si ce dernier est son objectif.

Cette utilisation des moyens humains et matériels correspond à une « opération » en généralisant la notion d'opérations militaires; c'est d'ailleurs par semblable analogie qu'on parle actuellement de la stratégie et de la tactique d'une entreprise.

L'essor de cette discipline date en effet de ses applications sur le plan militaire, lors de la dernière guerre.

Les « opérations » d'une entreprise peuvent être déclenchées selon des fréquences fort variables; elles peuvent être de routine, périodiques ou exceptionnelles; mais quelles que soient leur nature elles exigeront des décisions; l'exécution de ces décisions relève alors de la gestion.

Le caractère de la Recherche Opérationnelle est donc :

— d'étudier par des méthodes scientifiques appropriées aux problèmes examinés la préparation de ces décisions, afin que la gestion résultante soit optimale par rapport à un critère prédéterminé;

— de proposer des solutions éminemment pratiques qui permettront de prendre des décisions concrètes, afin de préparer l'action.

Etant une confluence entre un domaine de recherche et l'application de méthode scientifique d'approche, la Recherche Opérationnelle est donc surtout une nouvelle attitude de pensée pour investiger les problèmes posés par la direction des entreprises.

L'apport de la Recherche Opérationnelle a été marquant sous deux aspects:

— *dans les domaines d'applications :*

  — l'introduction d'une recherche systématique et rationnelle, dans la formulation des politiques et dans la préparation des décisions complexes, a créé une véritable prise de conscience, les résultats obtenus dépassant de loin ceux acquis par l'empirisme;

  — les concepts d'incertitude, de risque et de probabilité ont trouvé une extension au plus grand profit de la gestion des entreprises;

  — la connaissance de la sensibilité des leviers d'action, a permis de définir les niveaux d'alarme, c'est-à-dire les « zônes d'erreurs tolérées » avant que les entreprises n'en subissent un préjudice trop élevé;

  — face à une concurrence internationale croissante, certains degrés de liberté d'action ont vu leur tolérance de gestion réduite, mais en contre

partie une souplesse économique équivalente a pu être récupérée sur d'autres degrés;

— les critères d'efficacité des entreprises ont pu être dégagés et orientés mêmes lorsqu'ils étaient multiples ou contradictoires et que l'avenir pris en considération soit immédiat ou différé;

— enfin, le problème crucial de l'équilibre entre les budgets ordinaires des industries pour un programme d'objectifs à long terme, s'est vu solutionné.

— *au niveau des méthodologies :*

— toute une série de techniques d'étude particulièrement adaptées aux décisions de gestion ont été développées récemment, souvent suscitées par les problèmes eux-mêmes;

— des méthodes scientifiques se sont vues transposées de leur domaine d'origine à d'autres problèmes apparemment non liés;

— des problèmes jadis insolubles par leur ampleur, peuvent actuellement être traités dans des délais rapides et à des coûts raisonnables par les les ordinateurs.

Pour clôturer cet exposé, il est fondamental de savoir que le développement très important de la Recherche Opérationnelle depuis la guerre résulte de l'amélioration considérable qu'elle a apporté aux décisions de gestion complexes.

Et, je ne crois pas devoir citer, M. PARKINSON pour vous convaincre que les problèmes doivent être d'autant plus étudiés qu'ils sont importants et compliqués.

La gestion de l'entreprise dans l'esprit de la recherche scientifique.

par G. HALBART (Belgique)
Administrateur délégué des Fonderies Magotteaux S.A.

et J. COLLIGNON
Ingénieur aux Fonderies Magotteaux S.A. – Chargé de mission au CLAP

Monsieur HALBART commence en ces termes :

Je suis chef d'une petite entreprise, et j'ai accepté la tâche assez lourde dans ces conditions, de vous parler de la gestion scientifique des entreprises en général. Depuis toujours, dans mon entreprise, nous avons eu confiance dans la recherche scientifique, et nous en avons fait depuis trente ans et plus, aussi bien qu'on pouvait en faire dans une toute petite entreprise — ce que la nôtre était alors — et en tout cas avec entière conviction et persévérance.

Vous savez donc qui va s'adresser à vous : le chef d'une entreprise pas très grande, mais bien vivante et toujours en progrès. Une entreprise tout imprégnée de foi en la recherche scientifique et aussi de la croyance que les hommes sont plus importants que les machines; mais je ne suis pas, et je le regrette, un spécialiste de la recherche opérationnelle.

La recherche opérationnelle, nous l'avons découverte seulement l'an dernier, et dans ce domaine, nous avions tout à apprendre. Nous avons eu la chance d'y être aidés par le Centre Liégeois pour l'Accroissement de la Productivité. Grâce à son intercession, une grande société industrielle du bassin liégeois nous a généreusement offert les conseils de ses deux éminents spécialistes en la matière. De plus, le Centre Interdisciplinaire de Calcul de l'Université de Liège a bien voulu mettre à notre disposition toute sa science, ainsi que son magnifique équipement de calcul. De notre côté, nous avons trouvé dans notre équipe un jeune ingénieur qui s'est enthousiasmé pour ces questions et que nous avons choisi comme cheville ouvrière d'un groupe de travail comprenant les principaux responsables de notre entreprise.

Et incidemment, permettez-moi de signaler en tout cela une illustration du fait que, si petit qu'on soit et si inexpérimenté que l'on soit devant un nouveau problème, on n'est pas nécessairement pour l'aborder, seul et sans aide. Que les chefs de petites entreprises qui m'écoutent veuillent bien m'en croire

s'ils n'en sont pas encore convaincus. Le vieux proverbe est toujours vrai qui dit : « Aide-toi, le ciel t'aidera ».

Au début de 1961, nous nous sommes donc lancés dans la recherche opérationnelle et nous sommes posés le problème suivant : étant donné ce que nous sommes, ce que sont nos installations, notre personnel, nos marchés, nos connaissances, notre savoir faire, quel est le rendement le meilleur que nous puissions obtenir de notre entreprise dans le cours d'un exercice. Plus clairement : quel est le programme de fabrication et de vente qui donnera le résultat financier le plus favorable.

C'est là un problème qui n'était pas neuf dans notre entreprise, et c'est même là un problème que tout industriel, résoud en permanence tant bien que mal, mais il donne trop souvent à ce problème une solution de fait, plus ou moins instinctive et sentimentale, sans même avoir pris conscience qu'il existe en permanence un problème qui peut et doit être formulé, un problème auquel il existe une solution logique, c'est-à-dire indépendante de tout sentiment et de toute doctrine, une solution que l'on peut essayer de rechercher calmement, dans une attitude scientifique. Je crois bien que rien que d'avoir pris conscience de cela, nous avions fait un progrès, et que déjà, presque sans le savoir, nous avions commencé à faire de la recherche opérationnelle. Mais avant de développer plus avant mes réflexions, je voudrais demander à notre ingénieur, M. COLLIGNON, de vous présenter notre problème tel que l'a vu et tel que l'a traité la recherche opérationnelle.

M. COLLIGNON continue comme suit :

Notre entreprise est une fonderie d'aciers spéciaux. En fonderie, rappelons-le, les différents secteurs de fabrication sont : le modelage, la sablerie, le noyautage, le moulage, la fusion, la coulée, le décochage, l'ébarbage et le traitement thermique.

Nous produisons des biens d'équipement industriel. Les commandes que nous inscrivons se subdivisent d'ordinaire en plusieurs postes, chacun relatif à un lot de pièces identiques, soit existant à notre catalogue, soit à exécuter selon les instructions du client. Les pièces d'un poste de commande donnent lieu, dans les différents secteurs de fabrication, à des opérations spécifiques.

La variété des pièces qui nous sont demandées selon instructions du client, est pratiquement illimitée. Le relevé de nos ventes sur les trois années précédant l'étude dont il est ici question nous a permis de dégager 20 articles fictifs, chacun ayant les caractéristiques moyennes d'un groupe de pièces à peu près semblables.

Restaient les pièces « catalogue » : plusieurs centaines. Elles sont réalisées principalement dans deux alliages différents. Raisonnons sur un seul : nous avons remplacé l'ensemble des pièces « catalogue » par 10 articles fictifs, chacun représentant un groupe de pièces à peu près semblables. En faisant le relevé des ventes des trois années antérieures, avec ces articles fictifs comme base de référence, nous nous sommes aperçus que la proportion relative de ceux-ci demeurait sensiblement constante au cours du temps. Il devenait donc possible de remplacer le groupe des 10 articles fictifs (selon catalogue) par un seul article ayant les caractéristiques de la moyenne pondérée des précédents.

Nous considérions finalement que notre activité industrielle consistait à produire, non plus une infinité de pièces selon instructions ou spécifications du client, et plusieurs centaines de pièces selon notre catalogue, mais 20 articles selon spécifications et 2 articles selon catalogue; total 22. Ce qui donnait une vue extrêmement synthétique de la situation, et serait par ailleurs fort aisé à manipuler dans les calculs ultérieurs.

Le problème que vous a annoncé M. HALBART devenait : combien de tonnes de chacun des 22 articles devrions-nous vendre et produire sur une année.

Les tonnages cherchés devaient tout d'abord être écoulables sur le marché, y correspondre à un besoin. La direction commerciale de l'entreprise a déterminé, *pour chaque article séparément*, le tonnage maximum qu'elle jugeait possible de vendre sur une année. Mais nous insistons, ces 22 tonnages ont été déterminés sans que l'on se préoccupe si leur total, ou toute autre combinaison, était réalisable par l'usine sur une année.

Il fallait maintenant rechercher un programme réalisable a priori par l'usine, c'est-à-dire par les différents secteurs de fabrication. Nous n'avons porté notre attention que sur les *secteurs susceptibles d'être des goulots d'étranglement* pour la production. Expliquons-nous : le potentiel de fusion de nos fours électriques était susceptible de constituer un goulot, et il le serait resté dans le courant de l'année; en effet, l'installation d'un nouveau four n'est pas chose immédiate, hormis le fait qu'elle constitue un investissement non négligeable. Par contre, le potentiel du modelage ne pouvait être retenu comme goulot, bien qu'il put l'être en fait, car il eut suffi dans ce cas, soit d'engager des modeleurs, soit de commander les modèles dans des ateliers spécialisés. Finalement, nous avons retenu 11 goulots possibles représentant 11 postes essentiels de fabrication; un poste pouvait d'ailleurs comprendre plusieurs machines ou outils de production.

Le potentiel des postes devait être maintenant évalué à l'aide d'une unité indépendante des articles fabriqués : supposons, en effet, un four de traitement thermique pouvant contenir 10 tonnes, et que 10 tonnes de l'article A doivent séjourner 10 heures dans le four, tandis que 10 tonnes de l'article B occupent toujours le four pendant 50 heures. Le tonnage produit sur une même période, sera toujours 5 fois plus élevé pour l'article A. Les tonnes produites par unité de temps, n'étaient pas l'unité cherchée. Mais quelque chose demeure constant sur une période donnée : le nombre d'heures que le four est susceptible de fonctionner. Le potentiel de nos différents postes de fabrication (les 11 goulots) devenait tout simplement le nombre d'heures que chacun travaillait sur l'année.

D'autre part, pour les 22 articles, il était facile de connaître le nombre d'heures qu'il fallait à chaque poste pour en fabriquer une tonne. Il s'agissait, des temps que l'on met en moyenne pour fabriquer une tonne, et non du temps que l'on mettrait à fabriquer une tonne, et une seule, car dans ce cas une machine peut n'être pas parfaitement réglée ou le personnel n'atteint pas nécessairement le rythme idéal de production. La *connaissance* de ces temps, que de manière plus générale nous appellerons des *coefficients techniques,* constituait une armature essentielle de notre étude.

Seulement, pour fabriquer un article, il existe plusieurs possibilités : les moules par exemple, pourraient être réalisés à priori à l'un ou l'autre poste de moulage, dans des conditions techniques différentes. Si pour un article commercial, c'est-à-dire un article que l'on vend, il existe disons 4 possibilités, c'est-à-dire : 4 chemins possibles ou 4 *chaînes*, avant qu'il ne sorte de l'usine il nous faut considérer 4 articles différents. C'est ainsi que pour les 22 articles à vendre nous nous trouvions devant 71 articles à fabriquer.

Comment fallait-il déterminer le programme le meilleur? Ce serait celui qui maximiserait le profit annuel. Qu'est-ce à dire ? Pour chacun des 22 articles commerciaux on connait le prix de vente à la tonne; ce dernier dépend essentiellement de la qualité de nos produits, c'est-à-dire de la satisfaction qu'en retire le marché. On connaît, d'autre part, les frais proportionnels et j'insiste : nous ne retenons que les frais proportionnels, résultant de sa fabrication. Je rappelle qu'un même article, ayant un seul prix de vente, peut donner lieu à des frais proportionnels différents suivant les chaînes par lesquelles on peut le faire passer; les frais proportionnels étant en partie la valorisation monétaire des coefficients techniques. Finalement, la différence entre le prix de vente et les frais proportionnels représente une *marge brute.* La somme des marges brutes réalisées sur l'ensemble des articles d'un programme déterminé,

rembourse les charges structurelles de l'entreprise, les charges de développement et laisse finalement un profit disponible. *Le programme optimum est celui qui maximise la marge brute annuelle, car celle-ci contient en germe une part importante du futur de l'entreprise.*

Toutes les données du problème, que nous connaissions maintenant, types de pièces, tonnages écoulables dans le marché, marges brutes par type de pièces, potentiel des postes de fabrication et coefficients techniques, prenaient place dans un modèle appelé « programme linéaire ». *Le modèle,* qui n'est rien d'autre qu'un ensemble d'équations, permet de se rendre compte de l'interdépendance de tous les facteurs qui caractérisent une situation; *il exprime la cohérence du système étudié.* Toutefois, nous ne parlerons ici ni de la structure de ces modèles, ni des méthodes de résolution qu'on leur applique; nous avons préféré indiquer ce que nous y avions introduit, et dire maintenant ce que nous en avons extrait, et que voici.

La marge brute annuelle maximale pouvait être obtenue par un programme portant sur 17 types de pièces; notons que la chaîne de fabrication de chacun était déterminée. La connaissance du programme optimum est essentielle en soi; *mais le plus intéressant est certainement l'analyse de ce qui se passe au voisinage de ce programme optimum.*

Il est apparu, que nous ne devions pas rechercher les commandes, mêmes importantes en tonnage, mais portant sur des articles laissant une marge réduite, c'est-à-dire les articles pour lesquels règne un marché très concurrentiel. *Nous pouvions calculer la perte que nous subirions par rapport au programme optimum, si nous ne profilions pas notre carnet de commandes selon ce programme.* Cette perte s'exprimait dans le langage du coût marginal, ce coût marginal indiquait aussi le supplément de prix qu'il eût fallu obtenir pour compenser le manque de rentabilité de ces produits; mais cette obtention n'était pas possible puisqu'il s'agissait de produits concurrentiels. Il restait entendu que de telles commandes pouvaient être acceptées, voire souhaitées, dans l'hypothèse où notre carnet serait dégarni. L'opinion se trouvait confirmée, si besoin en était, qu'il fallait continuer notre développement dans le domaine des produits très spéciaux, très élaborés, originaux, pour lesquels il est possible d'obtenir un prix rémunérateur, car finalement on procure au client un bénéfice beaucoup plus grand que celui qu'on réalise soi-même.

Parmi les 17 produits jugés rentables, 4 n'apparaissaient que comme médiocrement rentables, et n'étaient fabriquables que parce que le potentiel de production de certains postes de fabrication n'était pas entièrement saturé par les 13 produits restant, les plus rentables d'ailleurs. Pour certains de ces derniers,

nous étions limités aux possibilités d'absorption du marché telles que nous les avions chiffrées, j'insiste ! Nous pensâmes qu'une diminution de nos prix de vente, n'eût pas stimulé la demande au sein de ce marché, mais qu'il nous fallait au contraire étendre celui-ci : *indication pour notre prospection commerciale.* De plus, nous avons calculé, qu'une commande portant sur ces articles rémunérateurs même avec un prix de vente réduit jusqu'à une certaine limite, pouvait rester préférable aux commandes portant sur des articles moins rémunérateurs. *La rentabilité de nos articles était donc déterminée parce qu'on avait tenu compte de l'interdépendance de tous les facteurs.*

Concernant l'exécution en usine de nos articles, nous connaissions pour chacun, la chaîne préférable de production; et ceci est très curieux : *un article ne doit pas nécessairement être fabriqué par la chaîne qui donne les moindres frais proportionnels unitaires.* Le choix de la chaîne ne peut résulter lui aussi que de la connaissance des interactions de tous les produits.

Finalement, il est apparu que certains des 11 postes de fabrication que nous avions retenus étaient effectivement des goulots qui nous empêchaient de produire plus. Il fallait renforcer le potentiel de ces postes, et cette indication confirmait les idées du plan de développement que l'entreprise avait adopté à cette époque, et dont une tranche extrêmement importante, est en cours de réalisation à l'heure actuelle.

Telles étaient les conclusions, et je vous ai fait grâce des chiffres, dégagées par l'équipe de recherche opérationnelle. Je remercie M. HALBART qui m'a donné l'occasion de vous les exposer; sans tarder je lui rend la parole.

Monsieur HALBART reprend :

Je voudrais vous signaler quelque chose que M. COLLIGNON n'a pas dit. Avant de fournir des résultats acceptables, la recherche opérationnelle donna une première solution à laquelle il était fort difficile de croire. Un réexamen de la méthode employée montra que ni le principe de la méthode, ni la rigueur des calculs n'étaient en cause, mais que le problème avait été mal formulé. Le formuler à nouveau fut, qu'on veuille bien m'en croire, l'occasion pour tous les participants d'une nouvelle prise de conscience et de nouveau progrès dans la connaissance de l'affaire. Lorsque la seconde solution sortit, elle fut adoptée presque sans discussion, et même on put en reconnaître l'excellence par ce test, classique dans une entreprise : chacun affirma en toute bonne foi, quelle était parfaitement conforme à ce que, au fond, il avait toujours pensé.

Or, en réalité, que ce passait-il précédemment : des discussions très amicales, très animées, mais pas toujours très réfléchies, des querelles d'opinion,

bref une méthode de travail que j'appellerai politique. Chacun, sans être de parti pris, trouvait naturel de chercher la réponse à un tel problème en appliquant des principes pré-établis ou, ce qu'on appelle l'expérience, ou le simple sentiment. La recherche opérationnelle amène dans la gestion de l'entreprise une méthode de travail, de pensée, de collaboration, que l'on peut au contraire qualifier de scientifique. Et c'est bien là à mon avis sa plus grande qualité.

Bien sûr, elle n'est qu'un outil parmi bien d'autres, qui s'offrent successivement aux chefs d'entreprise. Comme tout outil, elle peut donner de bons ou de mauvais résultats. Un outil n'est pas infaillible par lui même. Mais les résultats de la recherche opérationnelle sont suffisamment solides que pour n'être réfutables que par une analyse plus serrée, et non plus par le sentiment. La recherche opérationnelle est un des moyens les meilleurs d'introduire dans la gestion, et je pense surtout aux petites entreprises, un état d'esprit scientifique. J'entends avant tout par là une manière de penser, de chercher, de progresser, de travailler en commun qui soit dénuée de parti pris, d'idées toutes faites, de passion, sauf une seule : l'enthousiasme. J'affirme que maintenant, et de plus en plus dans l'avenir, l'industrie devra être conduite selon cette méthode de pensée et de moins en moins, selon les méthodes de pensée que j'ai appelées politiques, et que l'on pourrait aussi qualifier d'artistiques, de sentimentales ou d'instinctives selon les cas.

En ce qui concerne spécialement l'avenir des petites entreprises, je crois bien que c'est là le plus grand danger qui puisse les menacer. Jusqu'à présent, elles avaient au moins, en face des entreprises importantes l'avantage de mieux connaître, de mieux comprendre, de mieux vivre dans leur intégrité et dans leur réalité, les problèmes de gestion, les problèmes d'organisation, les problèmes humains. Dans ces entreprises, les problèmes restaient à la dimension d'un homme. La connaissance intime, profonde et détaillée qu'il avait de l'affaire et des hommes amenait, de sa part, une gestion éclairée et de chacun, une collaboration dévouée. Bien des petites entreprises ont pu ainsi continuer à vivre malgré la supériorité qu'avaient acquise leurs grands concurrents dans l'utilisation de la méthode scientifique pour résoudre les problèmes techniques. Mais les grandes entreprises, maintenant, introduisent de plus en plus les méthodes scientifiques dans toutes leurs activités, y compris dans la gestion, dans l'organisation et dans la solution des problèmes humains. Et je crois bien qu'ainsi, si les petites entreprises ne s'en avisent pas à temps, les entreprises plus importantes vont les dépasser nettement là même où juqu'à présent elles avaient conservé un avantage. Les problèmes de gestion, et aussi des problèmes humains sont devenus si nombreux, si complexes et si difficiles que, même dans une

petite entreprise, ils ne peuvent plus être traités par les méthodes non scientifiques. Je suis certain d'ailleurs que dans l'avenir il y aura toujours des entreprises petites par leurs dimensions, mais il n'y en aura plus de viables qui soient petites par leur esprit, par leur niveau intellectuel, par leurs méthodes de travail.

J'ai intitulé cette communication : « la gestion de l'entreprise dans l'esprit de la recherche scientifique ». Je voudrais expliquer maintenant pourquoi j'ai dit « dans l'esprit de la recherche scientifique » et non simplement « dans l'esprit scientifique ». C'est qu'un gérant d'entreprise, tout comme un ingénieur, doit maintenant chercher sans arrêt, créer, et avant tout rester disponible, comme le chercheur, et non pas appliquer, en toute tranquilité, des connaissances scientifiques acquises. En gestion comme ailleurs, l'industrie a besoin de plus en plus de cerveaux largement ouverts et avides de progresser, et de moins en moins d'experts qui tiennent à votre disposition des solutions préétablies, fussent-elles scientifiques aux problèmes toujours nouveaux qui se posent.

Après tout le bien que je vous ai dit de la recherche opérationnelle, je voudrais maintenant vous en signaler un danger. Il est évident que la recherche opérationnelle ne travaille pas directement sur la réalité, mais sur un schéma qui en est une rationalisation, et forcément une simplification. Elle n'admet au départ que ce qui est chiffrable et elle donne ses résultats sous forme de chiffres. Le chef d'entreprise ne doit donc en aucune manière considérer ces chiffres comme devant être obligatoirement et automatiquement suivis. Car ce qui est chiffrable n'est pas tout et une solution ne tenant compte que d'une partie des données est une solution incomplète, donc inexacte. Bien entendu, la recherche opérationnelle ne fournira pas des résultats moins complets que ceux obtenus jusqu'à présent par les méthodes de comptabilité ou de gestion classiques, celles-ci n'admettant comme la recherche opérationnelle que ce qui est chiffrable.

Il y a longtemps que l'on sait, par exemple, qu'un bilan, qui ne reflète que les éléments matériels, ne reflète pas l'essentiel de l'entreprise, c'est-à-dire l'expérience, la valeur de l'équipe, l'organisation, les investissements intellectuels qui constituent son capital immatériel. Que dirait-on du directeur d'un orchestre symphonique qui estimerait la valeur de son ensemble sur la seule base des éléments matériels, instruments, pupitres, partitions, en tenant pour inexistant le talent des musiciens et la réputation du chef d'orchestre. Or, dans une entreprise, c'est presque pareil. Remarquez que, lorsqu'une entreprise se crée, on y voit clair. A l'origine, il y a des hommes, leurs connaissances, leur foi, leur volonté, leur enthousiasme. Et ces hommes se donnent un outil; un

simple outil : une usine qu'ils vont utiliser. (Nous sommes ici dans la maison des ingénieurs. Or, même ici, vous n'entendrez pas dire : « il y a à Vaux-sous-Chèvremont une équipe d'ingénieurs qui utilisent une fonderie connue sous le nom de Magotteaux ». On s'exprimera au contraire « telle usine emploie autant d'ingénieurs ». On s'exprime très mal).

Revenons- en à notre propos. Depuis toujours un industriel doit se garder de trop croire à sa comptabilité, de se laisser obnubiler par elle. Il doit suppléer par son bon sens ou par son sens élevé de l'industrie, à ce que sa comptabilité a de grossièrement incomplet, puisque l'essentiel n'y est pas.

Désirant apporter une contribution positive à ce colloque, je me suis demandé si vraiment il était tout à fait impossible de tenter d'évaluer, lorsqu'on gère une société, l'importance de ce capital immatériel, ainsi que les bénéfices et pertes immatériels, c'est-à-dire les accroissements ou des diminutions de ce capital occulte qui est la valeur la plus essentielle de toute entreprise. Je mesure parfaitement que je me lance là dans une aventure bien périlleuse. Je sais que les chiffres que j'obtiendrai ne pourront être acceptés avec la même créance que les chiffres d'un bilan traditionnel. Et cependant est-ce un motif pour ne rien tenter? Est-il plus sensé d'approfondir toujours davantage l'analyse d'une partie seulement de la vérité? Là aussi il y a un très grand danger.

Je crois tout d'abord qu'il faudrait considérer que le capital matériel, et que les investissements industriels ne peuvent par eux-mêmes, c'est-à-dire par ce qu'ils ont de plus matériel produire réellement des bénéfices. Au contraire tout simplement ils amènent des charges. Le bénéfice total produit (quelle que soit la répartition qu'on en fera) doit donc après avoir assuré les charges et amortissements procurer une juste rémunération des avoirs propres de la société. Cette rémunération doit donc être déduite du bénéfice au même titre, par exemple, que la rémunération des fonds empruntés, laquelle fait tout naturellement partie des charges. Seul le bénéfice restant après cette soustraction peut être considéré comme du bénéfice réel. Je ne dis pas encore comme le bénéfice réel, car il ne s'agit que du bénéfice réel visible. En considérant le bénéfice (ou la perte) immatériel ou invisible comme étant l'accroissement (ou la diminution) de l'actif immatériel on pourra dire en toute généralité :

bénéfice réel = bénéfice réel visible + bénéfice immatériel, que nous écrivons :

$$B_r = B_{rv} + B_i \qquad (1)$$

Nous allons maintenant essayer d'évaluer l'actif immatériel, ou invisible, lui-même. Nous le désignerons par A_i, A_v étant l'actif (actif net ou capital + réserves) visible, c'est-à-dire l'actif au sens courant du mot.

L'actif total A sera la somme des deux et nous aurons donc

$$A = A_v + A_r \qquad (2)$$

Nous aurons, pour un exercice considéré, disons par exemple pour l'exercice 1961

$$B_i^{\ 1961} = A_i^{\ 1961} - A_i^{\ 1960} \qquad (3)$$

Les A_i représentent les actifs invisibles à fin 60 et 61.

Selon notre conception, le bénéfice B_r est uniquement produit par l'actif invisible A_i, ou immatériel A_i.

Nous admettrons que le bénéfice d'un exercice, disons 1961, donc $B_r^{\ 1961}$ est produit uniquement par $A_i^{\ 1960}$, les modifications de A_i pendant l'exercice 1961 n'ayant pas encore d'effet sur le bénéfice.

L'actif invisible $A_i^{\ 1960}$ produira donc $B_{iv}^{\ 1961}$ ainsi que $B_i^{\ 1961}$ et nous séparerons A_i en deux termes A_{iv} et A_{ii}.

Nous avons donc :

$$A_i = A_{iv} + A_{ii} \qquad (4)$$

Les termes A_{iv} et A_{ii} ont une signification bien précise : A_{iv} est la part de l'actif immatériel ou invisible, actif au début de l'exercice considéré qui produira pendant cet exercice du bénéfice visible, ou matériel (le bénéfice matériel en sus des charges totales) et A_{ii} est la part de l'actif invisible qui produira pendant l'exercice du bénéfice invisible donc qui amènera un accroissement de A_i (3).

Ainsi la vitalité d'un organisme vivant lui permet-elle d'une part d'agir et d'autre part de grandir.

Il est évident que ce que nous définissons par actif invisible n'est pas la somme totale des connaissances, de savoir faire, de l'expérience, de l'organisation accumulées dans l'entreprise, mais seulement l'excédent de cette somme sur ce qu'il est normal, courant dans notre siècle et dans notre ambiance industrielle de trouver dans une entreprise.

Il s'agit donc de la mesure de ce qui peut produire du bénéfice en excédent du rendement normal de l'actif matériel si cet actif matériel est confié à une organisation de valeur normale.

On pourra très bien trouver que dans une entreprise déterminée cet actif invisible est négatif.

Cela ne signifie pas évidemment que le total de l'expérience et du savoir scientifique, technique, commercial, économique, social, etc... soit négatif,

mais bien qu'il est dessous de la normale, ou en tous cas qu'il est pour l'instant mal adapté à son contexte.

Cet actif invisible mesure, en effet, la valeur immatérielle de l'entreprise dans son contexte local et temporel, sa plus ou moins heureuse adaptation aux besoins qui l'entourent.

La réputation de l'entreprise, son degré de vitalité font également partie de l'actif immatériel.

Revenons à notre problème qui est de déterminer A_i.

Nous allons d'abord tenter de déterminer A_{iv}, partie de l'actif invisible qui produit du bénéfice visible.

Considérons un exercice, par exemple 1961, et cherchons à déterminer A_{iv}^{1960}, qui a produit pendant l'exercice 1961 le bénéfice réel visible B_{vr}^{1961}. Pour évaluer A_{iv}, nous le définirons comme un capital fictif, qui produirait l'intérêt B_{rv}, il suffirait donc de capitaliser le bénéfice réel visible. Mais il faut remarquer que pendant l'exercice considéré A_{iv} a subi une dépréciation par vieillissement dans le contexte en évolution.

Par conséquent, B_{rv} doit représenter non seulement l'intérêt de ce capital fictif, mais doit aussi compenser sa dépréciation annale. Ou, si l'on veut, le vrai rendement de A_{iv} n'est pas B_{rv} mais bien B_{rv} diminué de la dépréciation annale de A_{iv}.

Pour ne pas allonger outre mesure, nous n'entrerons pas dans la discussion des taux d'intérêt et d'amortissement.

Nous avons choisi quant à nous, pour notre cas personnel, 25% pour la somme des deux, mais il est bien certain qu'un autre taux peut être adopté.

Adoptant 25%, nous pourrons écrire :

$$B_{rv}^{1961} = 0{,}25\ A_{iv}^{1960} \qquad (5)$$

$$\text{ou } A_{iv}^{1960} = 4\, B_{rv}^{1961} \qquad (6)$$

B_{rv} étant dans notre esprit le bénéfice réel visible avant taxation.

Il serait évidemment hasardeux d'évaluer le poste A_{iv} d'actif invisible par le résultat d'un seul exercice.

Aussi, pour éviter l'influence des fluctuations et erreurs de bilan, et également pour arriver à calculer, dans ce qui suit l'autre poste A_{ii}, prendrons-nous toujours en considération à la fin de chaque exercice, cet exercice lui-même, ainsi que les quatre précédents, donc les cinq derniers exeercices, (on pourrait aussi choisir d'en considérer quatre ou six, ou un autre nombre encore).

Nous admettrons que la série des A_{iv} au début de ces exercices sont en croissance (ou décroissance) linéaire.

Plus clairement et plus précisément exprimé, nous calculerons par exemple :

$A_{iv}{}^{1960} = 4\,B_{rv}{}^{1961}$ et nous l'appellerons $A_{iv}{}^{5}$

$A_{iv}{}^{1959} = 4\,B_{rv}{}^{1960}$ et nous l'appellerons $A_{iv}{}^{4}$

.....

$A_{iv}{}^{1956} = 4\,B_{rv}{}^{1957}$ et nous l'appellerons $A_{iv}{}^{1}$

Nous admettrons que $A^1 \ldots A^5$ se trouvent dans une progression ou régression linéaire.

Nous tracerons la droite la plus probable par la méthode des moindres carrés. Cela nous donnera au lieu des valeurs obtenues par les équations (6), $A_{iv}{}^{1} \ldots$ et $A_{iv}{}^{5}$ des valeurs *a* telles que :

$$a_{iv}{}^{1} = \frac{6\,A_{iv}{}^{1} + A_{iv}{}^{2} + 2\,A_{iv}{}^{3} - 2\,A_{iv}{}^{5}}{10} \qquad (7)$$

$$a_{iv}{}^{4} = \frac{A_{iv}{}^{2} + 2\,A_{iv}{}^{3} + 3\,A_{iv}{}^{4} - 4\,A_{iv}{}^{5}}{10} \qquad (8)$$

$$a_{iv}{}^{5} = \frac{-2\,A_{iv}{}^{1} + A_{iv}{}^{3} + 4\,A_{iv}{}^{4} - 6\,A_{iv}{}^{5}}{10} \qquad (9)$$

Nous avons donc ainsi en particulier la valeur la plus probable de $A_{iv}{}^{1960}$, en nous basant sur les résultats de 1961 et sur des résultats antérieurs,

Nous allons maintenant chercher à évaluer l'autre poste de l'actif invisible A_{ii}, celui qui produit du bénéfice invisible.

En vertu de l'équation 3, le bénéfice invisible b_i sera constant pendant la période considérée si la variation de a_i est linéaire. Or, nous avons admis que la variation a_{iv} était linéaire et si l'on admet provisoirement que b_i est constant pendant la période considérée on aura : $a_{ii} = 4\,b_i$ par analogie avec l'équation (6).

Pendant la période considérée, a_{ii} sera une constante puisque b_i est une constante. En ajoutant ce a_{ii} constant à chacune des valeurs a_{iv} situées sur une droite de même inclinaison que celle sur laquelle se trouvent les points a_{iv}.

Pendant la période considérée, b_i est, en vertu de (4) égal à :

$$\frac{a_{iv}{}^{5} - a_{iv}{}^{1}}{4} = \frac{2\,A_{iv}{}^{5} + A_{iv}{}^{4} - A_{iv}{}^{2} - 2\,A_{iv}{}^{1}}{10} \qquad (11)$$

et on obtiendra donc, selon ces hypothèses et en vertu de (10) une valeur

$$a_{ii} = 2/5\ (2\,A_{iv}{}^{5} + A_{iv}{}^{4} - A_{iv}{}^{2} - 2\,A_{iv}{}^{1}) \qquad (12)$$

valeur que l'on pourra ajouter aux valeurs de a_{iv}, soit a_{iv}^1, a_{iv}^2, a_{iv}^3 et a_{iv}^4.

On obtiendra donc ainsi en particulier :

$$a_i^4 = 1/10\ (12\ A_{iv}^5 + 7\ A_{iv}^4 + 2\ A_{iv}^3 - 3\ A_{iv}^2 - 8\ A_{iv}^1) \quad (13)$$

et, en vertu de (6), on aura par exemple pour les exercices considérés, en appelant comme convenu a_i^{1959} l'actif invisible à fin 1959 et B_{rv}^{1961} le bénéfice réel visible en 1961

$$a_i^{1959} = 2/5\ (12\ B_{rv}^{1961} + 7\ B_{rv}^{1960} + 2\ B^{1959} - 3\ B_{rv}^{1958} - 8\ B_{rv}^{1957}) \quad (14)$$

On aura donc ainsi la valeur la plus probable de A_i^{1959} grâce au résultat de l'exercice 1961 et à des résultats antérieurs. J'estime que la détermination de A_i^{1960}, avant que soient connus les résultats de 1962, serait une extrapolation.

On pourra donc, à la fin de chaque exercice, évaluer l'actif immatériel ou invisible qui existait deux ans plus tôt, en se basant pour cela sur des bénéfices réels visibles du dernier exercice, ainsi que des quatres précédents.

La toute première critique — il y en aura beaucoup — qui sera faite à la méthode d'analyse que je propose sera sans doute celle-ci : l'actif immatériel est obtenu uniquement à partir des bénéfices visibles.

Or, on peut très bien décider de faire disparaître ceux-ci pour les transformer justement en bénéfices invisibles en exécutant des études, des programmes de formation, etc. etc.

La réponse c'est que de telles dépenses délibérées, si elles ont été comptabilisées comme des charges, doivent être *réajoutées* au bénéfice pour établir le bénéfice réel visible.

Ce sont des investissements intellectuels qui doivent être traités exactement comme des investissements matériels.

Il sera cependant inutile de chercher à réajouter au bénéfice toutes les dépenses de peu d'importance faites en vue du progrès, surtout si ces dépenses ont un caractère traditionnel et assez régulier. De même les résultats d'une comptabilité « matérielle » ne sont pas faussés, à la longue, si les menus investissements matériels sont comptabilisés comme des dépenses de l'exercice.

Il va sans dire que, dans mon esprit, la méthode proposée ne peut être qu'un *outil de gestion,* c'est-à-dire un mode d'analyse *à l'usage du gérant lui-même*, car l'interprétation des résultats est évidemment des plus délicates, et même des plus précaires sans une connaissance intime, interne, de l'entreprise.

Cela dit, il est facile pour le gérant d'une entreprise, en se basant simplement sur une succession de bilans, de calculer la suite de ces actifs invisibles pour une succession de 10, 15 ou 20 années par exemple et d'en tirer de précieux enseignements. Chaque année il peut ajouter un nouveau chiffre à son graphique, graphique qu'il est seul à pouvoir obtenir avec quelque caractère de vérité.

J'estime que trois conditions devraient toujours être remplies :

a) l'actif immatériel doit être positif,

b) il doit aller en croissant,

c) sa croissance doit être au moins aussi rapide que celle de l'actif (net) matériel.

J'espère que la méthode que j'ai préconisée pourra rendre service à des gérants d'entreprise, en venant en aide à leur bon sens; j'espère aussi qu'elle pourra, dans l'enseignement qui prépare à la gestion, donner de l'entreprise une idée plus complète et plus juste, idée dont de futurs gérants se trouveront imprégnés pour le plus grand avantage de leur comportement futur.

Il prendront davantage conscience que toute entreprise, le mot le dit, est et devrait rester un élan de foi, d'enthousiasme et de courage vers le progrès.

« Entreprise » est un mot magique, mais nous laissons se pétrifier les mots, jusqu'à n'en plus voir qu'un squelette. Dans le cas du mot « entreprise » ce squelette est une image de charpentes métalliques. Et il y a encore un stade plus avancé, où le mot « entreprise » n'évoque plus que la poussière du squelette, c'est-à-dire de l'argent. Entreprise, je l'ai dit, signifie foi, volonté, courage... et espérance.

Tout ceci, et pour revenir à la recherche opérationnelle, je puis affirmer qu'elle constitue un outil nouveau, plus riche de possibilités et de précision que les outils anciens et que, grâce à elle, bien des chefs d'entreprise, et spécialement de petites entreprises, pourraient faire le pas qui sépare la gestion empirique de la gestion scientifique.

Et bien sûr, un outil si précis soit-il, n'est qu'un outil, qui est là pour aider l'artisan qu'est le chef d'entreprise, et non pour le remplacer.

Dans la gestion d'une entreprise, le temps est venu, comme dans bien d'autres activités humaines de travailler en utilisant la science.

Ceux qui ne le feront pas seront laissés en arrière, je le crains, mais cela n'a absolument rien de tragique, car au départ les chances sont égales pour tous, chacun est maître de son destin et ne restent donc en arrière que ceux qui en décident ainsi.

L'utilisation de la notion de coût marginal dans la recherche opérationnelle industrielle.

par J. LESOURNE (France)
Directeur Général de la S.E.M.A.

1. Nombreux sont ceux pour qui le terme de recherche opérationnelle évoque nécessairement des modèles mathématiques complexes à base de processus stochastiques et de programmes linéaires ou non. Particulièrement sensibles à l'essor des mathématiques qui a accompagné le développement de la recherche opérationnelle, ils mettent davantage l'accent sur les outils que sur l'esprit général de la méthode. Or, beaucoup de problèmes de recherche opérationnelle, abordés avec soin et dans une optique pas trop scolaire, peuvent être résolus, sur la base d'une étude poussée de données numériques, par des modèles simples relevant le plus souvent de l'analyse marginale. C'est ce que nous voudrions montrer dans cet article qui comprendra deux parties nettement distinctes, consacrées l'une à l'exposé des éléments essentiels de l'analyse marginale, l'autre à trois exemples de problèmes traités de cette façon.

Principes de l'analyse marginale.

2. Dans la plupart des études de recherche opérationnelle, le groupe de travail s'efforce de déterminer une politique optimum, c'est-à-dire les valeurs de certains paramètres de décision x, y, z,... qui, compte-tenu des liaisons, rendent maximum une certaine expression R(x, y, z) que l'on peut toujours interpréter comme le revenu que l'unité considérée tire de l'opération.

Si x, y, z sont des variables indépendantes qui peuvent prendre toutes les valeurs d'un certain domaine fermé et continu D et si la fonction R (x, y, z) est définie et doublement dérivable sur tout le domaine D, il est bien connu qu'une condition nécessaire et suffisante pour que l'ensemble de valeurs x_0, y_0, z_0, toutes distinctes des bornes de variation, constitue un maximum *relatif* pour R(x, y, z) est que :

$$\frac{\delta R}{\delta x}(x_0, y_0, z_0) = 0$$

$$\frac{\delta R}{\delta y}(x_0, y_0, z_0) = 0$$

$$\frac{\delta R}{\delta z}(x_0, y_0, z_0) = 0$$

$$\frac{\delta^2 R}{\delta x^2} dx^2 + \frac{\delta^2 R}{\delta y^2} dy^2 + \frac{\delta^2 R}{\delta z^2} dz^2$$

$$+ 2 \frac{\delta^2 R}{\delta x \delta y} dxdy + 2 \frac{\delta^2 R}{\delta x \delta y} dydz + 2 \frac{\delta^2 R}{\delta x \delta y} dzdx \leqslant 0$$

$$\text{pour } x = x_0,\ y = y_0,\ z = z_0$$

quels que soient dx, dy, dz. D'où l'idée enfantine de chercher la politique optimum en déterminant d'abord les politiques au voisinage desquels la variation de revenu est du second ordre. Il reste ensuite à distinguer les minimums relatifs des maximums relatifs et, parmi ces derniers, par calcul direct, le maximum absolu.

Ces considérations extrêmement simples s'étendent, à de légères modifications près, aux maximums relatifs situés sur les frontières du domaine. Ainsi, si $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$, la condition nécessaire et suffisante pour que x_1 soit un maximum relatif de $R(x)$ est que la première dérivée non nulle en x soit négative (1). Généralement, ce sera évidemment la première.

L'analyse marginale peut aussi s'étendre au cas où les variables de décision ne sont pas indépendantes mais doivent satisfaire à une contrainte de la forme :

$$f(x,y,z) = 0 \quad \text{ou} \quad f(x,y,z) \leqslant 0$$

On sait que l'on peut alors introduire un multiplicateur de Lagrange λ et raisonner comme précédemment (2) sur la fonction :

$$R(x,y,z) + \lambda f(x,y,z)$$

où λ peut s'interpréter comme le coût de la contrainte liant les paramètres de décision. Dans le cas du second type de contraintes λ est nul si $R(x, y, z)$ est maximum pour des valeurs de x, y, z telles que $f(x, y, z) < 0$.

La recherche du maximum du revenu est particulièrement simple lorsque la fonction de revenu et, éventuellement, les fonctions caractérisant les contraintes possèdent des propriétés, de convexité par exemple, qui assurent l'unicité du maximum.

Ces propriétés très simples sont d'ailleurs au cœur de toute la théorie mathématique des programmes et de la dualité. Elles ont depuis longtemps

(1) Naturellement, on suppose que la fonction $R(x)$ possède des dérivées de tous ordres, sur tout le domaine D.

(2) Mais en utilisant le théorème de Kuhn et Tucker dans le cas $f(x, y, z) \leqslant 0$.

donné naissance, sous la plume des économistes, à quelques notions fondamentales d'usage courant.

3. Nous en citerons trois, le coût marginal, la recette marginale, le taux de rentabilité marginal.

Tel qu'il est défini par les économistes, *le coût marginal* est le coût de production, d'une unité supplémentaire ou l'économie de dépense qui est la conséquence de la baisse de la production d'une unité. Généralement, il y a donc autant de coûts marginaux que de moyens permettant techniquement de faire varier la production. Néanmoins, l'usage a montré que l'on pouvait grouper les coûts marginaux en deux classes assez distinctes, les coûts marginaux à court terme dans le cadre d'une capacité de production donnée et les coûts marginaux à long terme qui supposent que la variation de production est obtenue par une variation de capacité. Les coûts marginaux à court terme sont généralement faibles au dessous de la capacité de production mais croissent extrêmement vite au voisinage de cette capacité (cette croissance ne fait d'ailleurs que traduire économiquement la notion physique de capacité). Les coûts marginaux à long terme, au contraire, ont une allure qui dépend beaucoup de la branche d'industrie considérée. On a assisté, dans les dernières années, à une utilisation de plus en plus large de la notion de coût marginal.

La recette marginale est la variation de recette entraînée par la vente d'une unité supplémentaire. Si le prix de vente est peu sensible à la quantité vendue, la recette marginale se confond naturellement avec le prix, mais il n'en est plus de même si le prix de vente baisse lorsque la quantité vendue augmente. La recette marginale est alors inférieure au prix de vente. La notion de recette marginale peut d'ailleurs se généraliser et s'appliquer aux différents paramètres qui caractérisent une politique de vente. On peut parler de recette marginale procurée par un représentant supplémentaire, de recette marginale liée à l'accroissement d'un budget de publicité, etc.

La notion de *taux de rentabilité marginal* est plus délicate à introduire. On sait qu'à chaque investissement caractérisé par sa taille x, on peut associer un revenu actualisé, fonction de x et du taux d'intérêt i, $R(x,i)$. $R(x,i)$ décroît lorsque le taux d'intérêt augmente et s'annule pour une valeur de i qui a reçu le nom de taux de rentabilité moyenne. Il y a par contre pour chaque x une valeur $i_m(x)$ du taux d'intérêt telle que, lorsque $i = i_m(x)$, le revenu $R(x,i_m)$, fonction de x seul, soit maximum. C'est cette valeur i_m qui a été définie comme le taux de rentabilité marginal; i_m est solution de l'équation en i :

$$\frac{\delta R}{\delta x}(x,i) = 0$$

La taille x du projet qui rend le revenu actualisé maximum est telle que :

$$i_m(x) = i_0$$

où i_0 est le taux d'intérêt du marché. Le taux de rentabilité marginale joue donc un rôle très important dans le choix des investissements.

4. *En résumé*, l'analyse marginale, qui introduit des notions telles que coûts marginaux, recettes marginales, taux de rentabilité marginale, s'efforce de déterminer les politiques optimums en recherchant les politiques au voisinage desquelles les variations de revenus sont négatives pour tous les déplacements infinitésimaux compatibles avec les liaisons. L'avantage de l'analyse marginale est dans sa facilité d'emploi et sa clarté d'interprétation. En mettant en évidence les aspects concrets du problème, elle conduit naturellement les chercheurs à attacher toute l'importance souhaitable à l'évaluation correcte des données numériques. Elle les guide dans ce travail en les éloignant des faux problèmes de dépenses passées ou de répartition arbitraire de dépenses. Par contre, de par sa structure, elle suppose le plus souvent que les politiques possibles peuvent varier d'une façon continue. Elle ne détecte que des extremums relatifs et se prête mal au calcul lorsque les variables doivent satisfaire à un grand nombre de contraintes. Son champ d'application n'en reste pas moins très important ainsi que nous allons chercher à le montrer dans les exemples qui suivent.

5. *Le premier exemple* concerne la recherche de la localisation optimum d'un dépôt central d'approvisionnement destiné à alimenter n centres secondaires. Le dépôt reçoit de fournisseurs i des quantités q_i et distribue aux centres j des quantités q'_j ($\Sigma q_i = \Sigma q'_j$). Les voies de communication (voies ferrées et routes) sont supposées données. Les transports du dépôt aux centres se font par la route. Il est facile d'étudier pour chaque localisation du dépôt, les frais de transport totaux. 1) Si une localisation du dépôt située le long d'une route, mais distincte d'un nœud de communication, est optimum, tout léger déplacement du dépôt le long de cette rue ne doit entraîner qu'une variation du second ordre des dépenses. 2) Si une localisation du dépôt en un nœud de communication est optimum, tout déplacement du dépôt le long d'une route quelconque partant du nœud de communication doit se traduire par une augmentation des frais de transport. Souvent, le réseau de transport n'est pas trop complexe; il est donc très facile de déterminer rapidement, par approxi-

mation, les minimums relatifs de dépenses envisagées. Le calcul des frais de transport en chacun d'eux permet ensuite d'obtenir la meilleure solution. Dans les problèmes de ce genre, l'emploi de l'analyse marginale est d'autant plus intéressant que les économies à réaliser sont souvent modérées : leur ordre de grandeur ne justifierait pas, s'il n'existait cette méthode, des recherches poussées susceptibles d'absorber des sommes un peu importantes.

6. Nous emprunterons *le second exemple* aux problèmes posés par la fixation du niveau de production d'un gisement de gaz naturel. Pour exploiter ce gisement dont la réserve est supposée connue, il faut construire des puits et des unités d'épuration et de traitement qui vivent p années. Des études de marché ont permis de se faire une idée, en fonction du niveau de production, du prix de vente du mètre cube de gaz à la sortie des unités de traitement. Le prix est évidemment une fonction décroissante du niveau; et, si l'on admet qu'il y a réversibilité, il baisse en fonction de la production dans la période de mise en exploitation du champ, mais croît en fin d'exploitation, lorsque la production diminue. Dans la pratique, cette éventualité apparaît douteuse, mais nous nous y limiterons ici, puisqu'il ne s'agit que d'illustrer un mécanisme de raisonnement. Toutes les unités de traitement sont supposées avoir une même capacité, déjà choisie.

Si l'on admet qu'un nombre quelconque d'unités peut être construit simultanément, à la période initiale, le diagramme de production en fonction du temps résulte de l'empilement d'un certain nombre de rectangles dont la hauteur correspond à la production d'une unité et la base à p années (0,p; p,2p; 2p,3p; etc.). Les réserves étant données, le nombre total de rectangles l'est également. En fin d'exploitation, le débit des puits baisse, et il faut construire un plus grand nombre de puits pour avoir un niveau de production donné.

Mais un calcul montre que cet événement se produit suffisamment tard pour pouvoir être, du fait de l'actualisation, pratiquement négligé. Il est donc facile de calculer la valeur, actualisée au début de la marche d'une unité de traitement, des dépenses relatives à cette unité et au puits correspondant. Il est également aisé de déterminer le supplément de revenu ou *revenu marginal* que l'on tire de la construction, à partir d'un nombre d'unités donné, d'une unité supplémentaire pendant la période k_p, $(k+1)p$. On peut donc associer un revenu marginal à chaque portion d'un rectangle sur le graphique de production, ce revenu marginal décroît de la gauche vers la droite et du bas vers le haut. On choisira donc les rectangles dans l'ordre décroissant des revenus marginaux jusqu'à ce que l'on ait pris un nombre de rectangles compatibles

avec les réserves. En fait, les premières unités de production ne peuvent être construites simultanément; il faudra donc ensuite étudier l'influence sur les différents revenus marginaux du décalage dans le temps de la construction des différentes unités de traitement de la première génération.

L'analyse marginale peut également s'appliquer à l'étude de la politique optimum en fin d'exploitation. Cette politique peut se rechercher parmi les politiques suivantes à partir de l'instant pris comme origine des temps, où la baisse de pression du gisement commence à se faire sentir sur le débit des puits :

— construction de puits supplémentaires pour maintenir la pression constante de O à T_R

— fixation du nombres de puits à partir de l'instant T_R.

A partir de T_R, le débit baisse régulièrement et on retire du service les unités de traitement les unes après les autres. Au temps T_F où le débit des puits atteint une valeur minimum d_m, on cesse l'exploitation. La valeur optimum de T_R se calcule en écrivant qu'une légère variation de T_R est sans influence sur le revenu total actualisé.

7. *Le troisième exemple* portera sur la détermination d'un contrat d'abonnement optimal à Electricité de France pour une entreprise ayant une production autonome d'énergie électrique.

Le nouveau tarif appliqué par Electricité de France, désigné sous le nom de Tarif Vert, est caractérisé par des coûts d'abonnement et des coûts du kWh variables suivant le type d'abonnement souscrit, la puissance souscrite et la période d'utilisation.

Réduit à ses principales dispositions, le Tarif Vert comporte trois variantes : le Tarif Général, le Tarif d'Appoint et le Tarif de Secours. Un contrat est caractérisé par l'abonnement pour une certaine puissance dans un des tarifs précédents ou dans une combinaison de ces trois tarifs. Si l'abonné possède des sources autonomes d'énergie électrique, il ne peut souscrire que des abonnements « d'Appoint » et de « Secours » : c'est le cas de l'entreprise étudiée.

Le montant facturé par E.d.F. se compose toujours de trois éléments : une prime fixe annuelle qui ne dépend que de la puissance souscrite, facturée à un taux dégressif, le prix de l'énergie effectivement consommée et, éventuellement, des pénalités pour dépassement de puissance.

Le coût de ces trois éléments est fonction des périodes tarifaires au nombre de cinq :

— les heures de pointe, de 6 heures à 8 heures et de 20 heures à 22 heu-

res pendant les mois de novembre, décembre, janvier et février (période 1);

— les heures pleines (de 6 heures à 22 heures sauf les dimanches et les heures de pointe) d'hiver, du 1er octobre au 31 mars et d'été, du 1er avril au 30 septembre (période 2 et 3);

les heures creuses d'hiver et d'été (périodes 4 et 5).

Tout abonnement pour la période de rang i est acquis ipso facto pour les périodes de rang supérieur, mais il est possible de moduler l'abonnement, la puissance souscrite dans la période tarifaire (i + 1) devant alors être supérieure d'au moins 20% à celle qui est souscrite dans la période i (avec une différence minimum de 20 kW entre les deux périodes).

En Tarif d'Appoint, comme en Tarif de Secours, le taux de la prime fixe applicable au supplément de puissance souscrite pendant une période est égal au taux de la prime d'heures de pointe multiplié par un coefficient réducteur croissant avec le numéro d'ordre de la période. Les taux de primes dépendent aussi des puissances souscrites.

E.d.F. a enfin établi un système de pénalisation des dépassements de la puissance souscrite.

8. Pour résoudre analytiquement le problème il s'agit de déterminer deux groupes de variables :

1) les puissances P_i à souscrire dans chaque période tarifaire,

2) les tranches A_i et S_i à souscrire respectivement en « Appoint » et en « Secours » (telles que $A_i + S_i = P_i$).

Dans le cas de l'entreprise considérée, la demande aléatoire à E.d.F. avait la même distribution de probabilité dans toutes les périodes tarifaires et un disjoncteur était installé sur le branchement E.d.F. de façon à éviter les dépassements de puissance souscrite.

1) L'entreprise a estimé la pointe instantanée maximale M à laquelle il était possible de se limiter et la capacité minimale m de sa production autonome d'énergie électrique. M — m est donc la valeur de P_1 et le disjoncteur doit donc être réglé à ce niveau de puissance. Les valeurs de P_i ($i \geqslant 2$) sont uniquement soumises, par suite des dispositions tarifaires, aux contraintes $P_{i+1} \geqslant P_i$.

2) Les valeurs des tranches A_i et S_i à souscrire en « Appoint » et en « Secours » pendant la période i sont également soumises aux conditions $A_{i+1} \geqslant A_i$ et $S_{i+1} \geqslant S_i$. La puissance souscrite $P_1 = A_1 + S_1$ est suffisante pour couvrir les besoins toute l'année, mais le kWh d'appoint coûtant moins cher que le kWh de secours, il peut y avoir intérêt à augmenter dans les autres périodes la puissance souscrite en appoint.

On aura donc : $S_i = S_{i-1}$ $(i \geqslant 2)$.

La détermination des A_i nécessite la connaissance de la loi de probabilité de la demande instantanée. Appelons $F_i(A_i)$ la probabilité d'avoir une demande inférieure ou égale à A_i.

Dans le cadre de ce que nous avons dit dans la première partie, la valeur optimale de A_i, s'obtient en écrivant que la variation de la dépense totale est nulle pour une petite variation de A_i.

La prime fixe ayant, par suite des rabais, des valeurs décroissantes dans les tranches successives de puissance, il est nécessaire de faire une hypothèse sur la tranche dans laquelle se trouve A_i. Si le résultat est incompatible avec l'hypothèse, il faut reprendre le calcul en se plaçant dans une nouvelle tranche; exceptionnellement plusieurs hypothèses peuvent conduire à des optimums locaux auquel cas il est nécessaire de procéder à l'évaluation des coûts totaux pour déterminer le vrai minimum.

Soient f_i^a et f_i^s les montants des primes fixes « d'Appoint » et de « Secours » dans la tranche considérée, e_i^a et e_i^s les coûts du kWh « d'Appoint » et de « Secours »; soit n_i le nombre d'heures de fonctionnement de l'usine pendant la période i; la variation des dépenses de la période i, qu'entraîne un accroissement d'un kWh de l'abonnement « d'Appoint » est :

$$f_i^a - f_{i+1}^a + n_i\,(e_i^a - e_i^s)\,(1 - F_i) \qquad (i \geqslant 2)$$

à condition que la période i soit indépendante de la période $(i+1)$, c'est-à-dire que la valeur de $F_i(A_i)$ obtenue en annulant cette expression donne une valeur de A_i satisfaisant à la relation $A_i \leqslant A_{i+1}$; en effet, dans ce cas, la souscription d'un kWh supplémentaire « d'Appoint » ne modifie pas la souscription de puissance de « Secours » (puisque $S_i = S_1$), et diminue d'une unité la puissance souscrite en « Appoint » dans la période suivante.

Pour la période $i = 1$, la variation de dépenses est légèrement différente, puisque la somme des abonnements « d'Appoint » et de « Secours » est constante.

$$f_1^a - f_2^a - f_1^s + n_1\,(e_1^a - e_1^s)\,(1 - F_1) \qquad (1)$$

Les cinq équations obtenues en annulant les expressions ci-dessus fournissent cinq valeurs de $[1 - F_i(A_i)]$, d'où cinq valeurs de A_i. Les données numériques du Tarif Vert sont telles que ces valeurs de $(1 - F_i)$ sont toujours

positives. Néanmoins, les valeurs ainsi obtenues isolément pour les A_i ne sont en général pas compatibles avec les liaisons.

Plusieurs cas sont alors possibles :

a) $1 - F_i > 1$. Il n'existe pas de valeur de A_i correspondant à $F_i < 0$; la dépense croît avec F_i puisque $(\overset{a}{e}_i - \overset{s}{e}_i)$ est négatif et, par suite, la valeur optimale de $A_i = A_{i-1}$. On ne peut déterminer leur valeur commune qu'en étudiant simultanément les périodes i et i — 1.

b) $1 - F_i < 1$ *et* $F_i < F_{i+1}$, *la différence* $F_{i+1} - F_i$ *étant suffisamment grande pour que :*

$$A_{i+1} \geqslant A_i \ (1 + 20\%)$$

La valeur de $F_i(A_i)$ fournit une valeur acceptable de A_i qui est l'optimum dans la période i.

c) $1 - F_i < 1$ *et* $F_i > F_{i+1}$, *ou* $F_i < F_{i+1}$, *mais avec une différence trop petite* pour que A_{i+1} excède A_i d'au moins 20%. Les périodes i et i + 1 ne sont pas indépendantes comme dans le cas (a). Dans les deux cas où deux périodes consécutives ne sont pas indépendantes ((a) et (c)), il est nécessaire de recalculer l'optimum pour l'ensemble des deux périodes groupées. La valeur commune de F'_i pour les deux périodes i et i + 1 est alors donnée par l'équation :

$$f^a_i - f^a_{i+2} + [(\overset{a}{e}_i - \overset{s}{e}_i)\ n_i + (\overset{a}{e}_{i+1} - \overset{s}{e}_{i+1})\ n_{i+1}]\ (1 - F'_i) = 0 \qquad (2)$$

La valeur de F'_i détermine une valeur acceptable de A_i et A_{i+1}, ou exprime que les deux périodes i et i + 1 ne sont pas indépendantes de la période i + 2 ou de la période i — 1. Dans ce dernier cas, il faut reprendre le calcul pour l'ensemble des trois périodes groupées, et ainsi de suite jusqu'à ce que les optimums locaux soient compatibles avec toutes les liaisons.

Les calculs numériques peuvent être faits à la règle très simplement sur la base du tarif et de la loi de probabilité des consommations.

Remarque.

Si la demande à E.d.F. n'est pas la même dans les différentes périodes tarifaires, les niveaux P_i de l'abonnement total varient avec i. Les raisonnements marginaux permettant de déterminer P_i dans chaque période (quand il n'y a pas de disjoncteur) peuvent conduire à des valeurs inacceptables, c'est-à-dire qui ne soient pas croissantes avec i; il est alors nécessaire dans ce cas de regrouper certaines périodes, comme il a été fait plus haut pour la détermination de l'abonnement « d'Appoint ».

Conclusion.

9. Ces quelques exemples donnent une idée des possibilités très vastes d'application de l'analyse marginale. Ils ne suffisent peut-être pas malheureusement à mettre en évidence son intérêt pédagogique. Il est certainement bien préférable d'initier un chercheur à la recherche opérationnelle en l'habituant à appliquer correctement les notions marginales qu'en le plongeant d'emblée dans des problèmes de programmation complexes où il perdra de vue la structure profonde des phénomènes et sera principalement attiré par les constructions purement mathématiques.

c'est le problème de l'acquéreur

Analyse du comportement des détaillants et politique des ristournes.

par E. VENTURA (France)
Directeur de la S.E.P.R.O.

1. - *Introduction.*

La discussion de la politique de prix est directement influencée par la liberté dont dispose le responsable d'une décision en cette matière.

Il existe un certain nombre de domaines où la liberté de la fixation des prix n'existe guère.

Tout d'abord, dans le domaine public, les prix du charbon, du gaz, de l'électricité, des carburants, des transports ferroviaires, des communications téléphoniques, du pain, du lait, etc... sont fixés par le gouvernement, directement ou indirectement. Cette intervention de l'Administration s'explique soit par le fait que certains produits ou services sont entre les mains de la puissance publique qui en a le monopole (ou peu s'en faut); soit par le caractère de première nécessité de certains articles.

Nous n'examinerons pas, dans le cadre du présent exposé, la politique de prix du point de vue de l'intérêt d'une collectivité régionale, mais du seul point de vue d'une entreprise, et plus particulièrement d'une entreprise placée dans un marché fortement concurrentiel, où des confrères, nationaux ou étrangers, interviennent en proposant à la clientèle des produits comparables à ceux de l'entreprise témoin à laquelle nous nous intéressons.

Pour bien se rendre compte que l'optimum pour une entreprise se distingue de l'optimum collectif, nous pouvons prendre l'exemple d'une entreprise dont les ouvriers, la clientèle et les fournisseurs sont essentiellement implantés dans la région parisienne.

Pour cette entreprise, le calcul économique peut montrer que les augmentations de capacité ont avantage à s'effectuer sur place. Mais du point de vue national, il y a des travaux de voierie, d'aménagements de la région parisienne qu'il faut supporter à cette occasion. Le bilan général, du point de vue national, peut ne pas être favorable alors qu'il le serait pour l'entreprise elle-même.

Cet exemple montre qu'il est indispensable de définir des critères économiques préalables avant de discuter des prix.

En nous limitant au cadre de l'entreprise, nous n'entendrons nullement que les problèmes à l'échelle de la Nation importent peu. Bien au contraire, ils sont très importants en même temps que beaucoup plus complexes que ceux

de l'entreprise, pour laquelle le critère est beaucoup plus net à préciser : ce sera, souvent, le critère du revenu actualisé maximum sur un certains nombre d'années.

Si nous prenons donc le cas d'une entreprise, non soumise à interventions extérieures pour la fixation de sa politique de prix, c'est à la fois pour rendre l'exposé plus simple, et répondre aux préoccupations les plus fréquemment rencontrées.

Pour une telle entreprise, il existe plusieurs moyens d'action vis-à-vis de la clientèle extérieure : la politique de prix en constitue un, et un moyen de la plus grande importance, parmi les autres formes d'action sur la clientèle (publicité, emballage, avantages en nature...); car un prix a l'avantage que confère la mesure *quantitative* dans toute *comparaison*.

2. - *Elasticités de la demande en fonction des prix.*

L'élasticité est une notion fondamentale de la théorie économique. Elle constitue une mesure de l'action que les prix peuvent exercer sur un marché.

On appelle élasticité moyenne de la demande d'un produit dans une situation donnée, le rapport entre l'augmentation relative de la demande et la baisse de prix qui l'a engendrée.

Si, par exemple, en baissant le prix d'un téléviseur de 1000 NF à 900 NF soit 10%, on constate qu'on porte, toutes choses égales par ailleurs, la quantité vendue par période de 200 unités à 250 unités, soit 25% d'augmentation, l'élasticité par rapport au prix de l'article considéré est :

$$25 : 10 = 2{,}5$$

C'est là une *forte* élasticité, dénotant une influence très importante du prix sur la demande. L'article considéré est dit « très élastique ».

A l'inverse, dans une étude faite sur le marché du vin de consommation courante, nous avons trouvé une élasticité par rapport au prix de 0,12, c'est-à-dire qu'à 10% de hausse du litre de vin, correspond une baisse de 1,2% seulement de la consommation. Le vin, comme plusieurs denrées alimentaires, est peu sensible au prix. C'est un article de faible élasticité, parce que considéré, à tort ou raison, comme de première nécessité.

Cette notion d'élasticité, qu'il faut manier avec précaution d'ailleurs (1), tend à introduire un facteur mesurable parce que quantitatif, dans l'analyse

(1) Nous avons cité ci-dessus des exemples d'élasticité aux prix à *revenus constants*. Si les revenus sont eux-mêmes variables dans la période observée, on pourra s'intéresser de même aux élasticités de la demande aux revenus *à prix constants*. Le cas où revenus et prix varient simultanément est plus délicat à manier.

économique d'un marché. Elle joue un rôle évidemment capital dans la fixation d'une politique de prix, puisque la forme de la loi de la demande en est directement affectée.

Comment connaître l'élasticité d'un produit?

Il faut bien reconnaître que malgré l'utilité incontestable de la notion d'élasticité, rares sont les entreprises qui savent, même de façon assez vague, quel est l'ordre de grandeur de l'élasticité d'un produit mis sur le marché. Il y a cependant des moyens scientifiques d'apprécier cette notion : les techniques des enquêtes par sondage, des plans d'expériences, permettent aux spécialistes d'y parvenir.

Mais on ferait une erreur en parlant d'élasticité au singulier. Il y a en fait, des élasticités différentes, selon les groupes de clients auxquels on s'adresse, selon les régions que l'on soumet à l'enquête.

Tel article, considéré comme de première nécessité dans un pays du Marché Commun, ne sera pas considéré comme tel dans un autre et où l'élasticité sera beaucoup plus élevée que dans le premier.

Il peut y avoir aussi une élasticité à explorer dans les articles susceptibles de substitution.

Lorsque le prix du vin augmente de 10% par exemple, comment réagit le marché du cidre? Si les téléviseurs baissent de 20%, comment les ventes de postes radio en seront-elles affectées?

Enfin, l'élasticité est une notion très globale qu'il y a presque toujours intérêt à affiner. Nous nous sommes aperçus dans une enquête récente que deux clients qui étaient consommateurs de la même quantité Q au prix p, réagissaient très différemment devant une réduction de tarif. Le premier ne modifiait guère sa consommation, ce qui équivalait à une élasticité nulle; pour le second, au contraire, sa consommation se trouvait brusquement fortement accrue, faisant apparaître une élasticité très élevée. D'autre part l'élasticité n'est pas une donnée immuable; elle évolue avec le temps, en fonction de l'éducation du public, sous l'effet de stimuli divers (publicité, propagande, expositions,...).

Seules, des études du comportement de la clientèle, effectuées selon des principes scientifiques établis, peuvent dégager les règles d'action les plus efficaces. Le marché américain est exploré systématiquement par les entreprises au moyen d'enquêtes approfondies de cette espèce.

Nul doute que le marché européen dans la Communauté, qui représente un potentiel comparable, ne le soit de plus en plus à son tour. En tous cas, les entreprises qui ne feraient pas appel à l'apport de ces techniques nouvelles, risquent de se trouver très handicapées vis-à-vis de leurs concurrents.

3. *Situations diverses de l'entreprise.*

Bien entendu, toute règle d'action en matière de prix, doit prendre en compte la situation propre de l'entreprise devant son marché.

a) S'il y a *monopole,* la politique de prix optimale dégagée par la théorie économique consiste à réaliser l'égalité du coût marginal de production et de revenu marginal. Ce dernier est inférieur au prix de vente puisqu'il faut consentir à baisser le prix sur toutes les quantités préalablement écoulées pour augmenter la quantité vendue.

Dans ces conditions, la quantité optimale à produire ressort à un niveau inférieur à celle que l'on obtiendrait si l'on considérait le prix comme une donnée. D'où le reproche, fait aux monopolies de comportements malthusiens.

Mais il faut bien voir que si les monopoles de droit existent dans des secteurs clés (énergie, transport), les monopoles de fait dans l'industrie ne sont pas fréquents et le seront d'autant moins qu'on s'intéressera au marché dans une vaste communauté plutôt qu'à des marchés cloisonnés.

Le monopole *temporaire* peut exister, par contre, lorsqu'une entreprise lance sur le marché un produit nouveau, protégé par des brevets. Pendant le temps d'adaptation du marché à ce produit nouveau, pendant le temps que les concurrents emploient à contrebattre le produit nouveau en adaptant leurs propres techniques de production, il y aura monopole de fait. Mais ce ne sera qu'une situation transitoire, qui tendra vers l'état de concurrence normal.

b) Si, à l'inverse de la situation de monopole, il y a *concurrence parfaite (hétéropole),* le prix de vente tend de plus en plus à rejoindre le coût marginal. C'est ce qui explique que dans les secteurs de l'alimentation, par exemple, des magasins à succursales multiples, les marges unitaires tendent à réduire de plus en plus, suivant en cela l'exemple américain.

Il existe fréquemment une forme de concurrence où les vendeurs ne vendent pas le même *article*, mais des articles différents destinés aux mêmes usages ou à des *usages comparables.* La situation est plus proche de la concurrence parfaite que du monopole car, à tout moment, l'une des entreprises du groupe peut facilement s'adapter à des différences d'articles dont la fabrication fait appel à la main-d'œuvre, aux mêmes qualifications techniques, parfois même au même outillage, en tout ou partie.

c) Toutes les situations intermédiaires, et ce sont les plus nombreuses, sont des situations de concurrence imparfaite. On parlera de *duopole* si deux entreprises dominent le marché, d'*oligopole* si un nombre plus élevé (mais assez restreint cependant) d'entreprises se le partagent. On est alors dans le

domaine des jeux de stratégie, dont la théorie mathématique, très difficile, est actuellement en pleine évolution.

Dans des situations de ce genre, il est fréquent qu'une des entreprises joue le rôle de *leader,* les autres se contentant de suivre les initiatives du leader en matière de prix. Il y a de bons leaders et de mauvais leaders. Les bons sont ceux qui fixent leurs prix en fonction, non pas de leurs seuls intérêts, mais des intérêts les plus larges, ceux des producteurs du groupe et ceux des consommateurs.

4. *Insuffisance des méthodes classiques - Analyse plus poussée par la recherche opérationnelle.*

Laissons de côté les produits agricoles dont les aléas de production sont à l'origine de la formation des prix.

Souvent, dans la pratique, on fixe ses prix de l'une des manières suivantes :

a) On calcule le prix de revient d'un article et on le majore d'un certain pourcentage qui constitue le taux de marque ou la marge bénéficiaire.

b) On fixe le prix de vente de l'article en se référant à un prix censé être le prix approximatif du marché. On en déduit par estimation les quantités susceptibles d'être vendues à ce prix. On en déduit la marge bénéficiaire sur chaque article.

L'une et l'autre sont critiquables. Tout d'abord, la première ne tient pas compte des conditions du marché et, à ce titre, est encore plus condamnable que la seconde.

Mais la seconde, si elle est, dans son essence, plus correcte, n'échappe pas à une critique de même nature car la marge bénéficiaire est alors un résultat observé, en fonction de prémisses quelque peu arbitraires.

L'une et l'autre pêchent, en effet, de façon comparable. Elles ont le défaut de ne pas considérer les variables prix et quantité de façon *simultanée dans* les calculs et d'introduire une *hiérarchie arbitraire* entre ces variables.

De plus, l'arbitraire est total lorsqu'on a affaire, comme c'est le cas très général, à des articles produits de façon, non pas indépendante les unes des autres, mais de façon *conjointe,* lorsqu'on a affaire, autrement dit, à des *produits liés.*

Lorsque, et c'est un cas extrêmement fréquent, la technique de production aboutit à toute une gamme d'articles produits simultanément, dont chacun a un marché, il n'y a pas, à proprement parler, de prix de revient pour chaque article.

Expliquons-nous sur quelques exemples.

Lorsqu'un raffineur de pétrole traite une huile brute en raffinerie, il obtient toute une gamme de produits pétroliers allant des essences légères aux fuel lourds et au brai de pétrole en passant par le gasoil, les fuels légers. Le coût du traitement d'une tonne d'huile brute est connue, mais toute ventilation de ce coût selon les produits dérivés est entachée d'arbitraire. Le raisonnement ne peut prendre en compte chaque produit séparément, mais il doit au contraire les traiter simultanément, en tenant compte du coût de production *global* et des élasticités propres à *chaque* produit mis sur le marché.

Il en va de même lorsque l'on carbonise du charbon en cokerie et que l'on obtient du gaz, des huiles et goudrons, et du coke, pour le gaz de Lacq, dont le soufre constitue un sous-produit important.

Prenons un cas qui nous touche de plus près et d'actualité, le problème de la viande. Le bœuf sur pied a un certain cours à un moment donné. De ce bœuf sur pied, le boucher tire toute une série de morceaux qui, diversement appréciés par la clientèle, sont hiérarchisés dans l'échelle des prix.

Je soutiens que cette échelle est assez arbitraire car il est impossible de fixer un prix de revient du faux-filet et un prix de revient du plat de côtes.

L'analyse de la demande, la mesure de l'élasticité au prix selon les morceaux, devrait présider à une formation correcte des tarifs. Tous les moyens existent pour y parvenir, car on connait avec assez de précision les pourcentages des différents morceaux à tirer d'un quartier de bœuf, et l'on peut sans d'insurmontables difficultés, effectuer des sondages bien construits pour apprécier l'élasticité de la demande aux prix. Une étude de ce genre, faite selon des principes scientifiques irrécusables, contribuerait à atténuer les incompréhensions entre la profession de la boucherie et l'Administration soucieuse du bien public. Tout au moins, est-il permis de l'espérer.

Dans la plupart des productions industrielles, on a également affaire à des articles qui, produits à la fois, n'ont pas de prix de revient en propre, mais dont la vente relève de comportements très différents et, par suite, d'élasticités entièrement distinctes. Un cas présent à tous les esprits est celui des machines et de leurs pièces de rechange. Il y a une élasticité assez forte pour les machines. Un appareil de radio ou de télévision par exemple, a une forte élasticité au prix. Mais la demande de pièces détachées du même appareil est pratiquement inélastique, car on n'a guère la possibilité d'en éviter l'emploi lorsque l'on a une panne. D'où la pratique, assez couramment répandue, de baisser le prix des machines et d'augmenter celui des pièces de rechange. Mais si, en général, on sent assez bien *le sens* dans lequel il faut faire jouer les prix relatifs, on détermine leurs niveaux de façon assez arbitraire, alors qu'il est possible,

grâce à des mesures d'élasticité, de serrer de beaucoup plus près leur détermination.

Une autre forme d'action consiste à déterminer des articles, peu différents, distincts par des présentations, ou d'autres détails qui les font choisir par des consommateurs de niveaux de vie différents. On joue alors sur la variation de l'élasticité aux prix selon les niveaux de revenus. L'élasticité n'étant pas la même selon ces niveaux de vie, il sera souhaitable d'en tirer parti pour fixer une gamme de prix bien ajustée.

5. *Politique de différenciation des prix.*

La théorie de l'optimum économique insiste sur le principe que le prix d'un article doit être le même, au départ, du point de production pour tous les consommateurs. C'est ce principe qui a présidé à la fixation des règles à suivre par les producteurs de charbon et d'acier de la C.E.C.A. Il est sain en soi qu'il s'assortit de toute une série de conditions comme la libre circulation des hommes et des biens. Comme tel n'est pas toujours le cas en pratique, il peut être néfaste qu'une entreprise renonce, de propos délibéré, à pratiquer une politique de différenciation de prix, surtout si la concurrence y fait appel, de façon plus ou moins occulte d'ailleurs.

a) *Répartition des marchés suivant les régions ou les classes de consommateurs.*

Une différenciation de prix peut être réalisée en se fondant sur des situations régionales différentes, faisant apparaître des élasticités distinctes.

Il ne faut pas s'étonner que les Allemands appliquent fréquemment une politique de différenciation de prix, selon qu'ils s'adressent au marché national allemand, ou d'autres marchés étrangers. L'élasticité au prix peut, en effet, être très différente. Un article bien connu et bien vendu en Allemagne, a une élasticité relativement faible. Le même article, moins connu dans un autre pays de la Communauté, aura une élasticité beaucoup plus forte. Le calcul économique montre alors de façon irréfutable que le prix de vente dans ce dernier ressort à un niveau inférieur au prix de vente en Allemagne.

Il n'y aurait rien de scandaleux, par exemple, à vendre en Allemagne du vin à un prix inférieur au prix intérieur français. L'élasticité de la demande de vin en Allemagne est sans doute forte, car le vin français y est assez peu répandu, alors que cette élasticité est faible sur le marché français.

La segmentation du marché global en marchés partiels est appliquée constamment par la S.N.C.F. (classes de chemin de fer) et par la Régie des Tabacs.

La répartition est cette fois faite non pas sur des bases géographiques, mais selon les groupes socio-professionnels intéressés.

Ce qu'il faut retenir surtout, c'est que, dans le cadre du Marché Commun, qui va faire éclater les habitudes, et par conséquent, l'expérience acquise après de nombreux tâtonnements, et quelquefois d'assez lourdes erreurs, la fixation des prix de vente peut être considérablement facilitée par une étude économique sérieuse des conditions économiques des divers marchés et la mesure des élasticités de la demande selon les secteurs.

b) *Prix franco - Prix de zone - Prix de parité.*

Faut-il ou non vendre au même prix, quel que soit l'éloignement du client? Ou faut-il au contraire, avoir le même prix départ et faire supporter au client les frais de transport?

Le choix entre les politiques de prix selon l'éloignement a fait couler beaucoup d'encre et en fera couler beaucoup encore. Seule une analyse poussée de la structure des coûts de production pour l'entreprise, des coûts de transport, des effets à attendre des variations de ces coûts sur la zone d'action d'une entreprise — compte tenu des entreprises concurrentes — permet de fixer un choix rationnel entre les diverses politiques possibles :

— prix francs uniforme ou c.i.f.
— prix f.o.b., politique opposée à la précédente.
— prix de zone, qui est une variante intermédiaire entre les précédentes, tous les clients d'une même zone payant le même prix.
— prix de parité, qui consiste à facturer au client, non pas les frais de transports réels, mais ceux du point de parité au point de consommation.

Cette dernière politique se justifie lorsque l'on peut livrer une même marchandise d'un point de départ ou d'un autre selon les circonstances.

Le choix entre ces diverses politiques doit être le fruit d'une analyse économique approfondie. Ceux qui ne l'auront pas effectuée, risquent de prendre, par rapport à leurs concurrents, plus avisés, dans le Marché Commun, un très préjudiciable retard.

6. *Politique de ristournes - exemple concret.*

Il est d'usage fréquent qu'un industriel ne touche la clientèle finale que par l'intermédiaire de distributeurs qui peuvent plus ou moins influencer l'acheteur final.

J'insisterai spécialement sur cet aspect de la politique de prix car les ristournes que l'on accorde aux distributeurs sont susceptibles d'avoir des inci-

dences beaucoup plus importantes sur l'écoulement d'un article que des baisses de prix au niveau des consommateurs. La question qui se pose est de savoir quel est le juste niveau de la ristourne à consentir, comment cette ristourne doit être déterminée en fonction de la quantité écoulée, etc...

Nous avons effectué récemment une étude de recherche opérationnelle sur ce sujet, dont je crois utile de donner ici les traits essentiels à titre d'illustration.

Il s'agissait d'une entreprise produisant un article d'alimentation, s'adressant donc à une clientèle d'épiciers, boulangers-pâtissiers, confiseurs, etc... Les ventes passées sous marchés annuels, avec des grossistes, ont été écartées de l'étude.

Le problème consistait à savoir quel était le tarif à appliquer à la clientèle de détaillants en fonction des quantités commandées.

Jusqu'alors, l'entreprise pratiquait une politique de tarif unique, quelle que soit la quantité commandée. Dans ces conditions, le marché était caractérisé par une répartition de la clientèle par tranches de quantités commandées, plusieurs distributeurs possibles ne s'étant pas décidés à passer commande de l'article en cause. Le nombre de clients distributeurs, y compris les potentiels, s'élevait à 7.000.

Il était indispensable de connaître l'effet à attendre d'une diminution de tarif sur le montant des ventes et d'en déduire son incidence sur la marge bénéficiaire globale.

Comment y parvenir?

Grâce à un sondage de la clientèle même selon les principes sicentifiques de la théorie des sondages.

On a eu recours à un sondage dit *stratifié,* la stratification étant effectuée selon l'importance du client, mesurée par son activité antérieure.

Le nombre de clients prospectés a été fixé à 200, soit 3 % de la clientèle globale (pourcentage assez faible il est vrai, mais choisi en raison de la nécessité d'aboutir très rapidement); dans une pré-enquête, destinée à mettre au point la méthode de sondage, à former les enquêteurs au remplissage des questionnaires, 40 clients ont été visités.

La répartition selon les strates des clients enquêtés a été faite proportionnellement à l'effectif de chaque strate, et la détermination des clients à enquêter a été faite en respectant aussi scrupuleusement que possible la répartition géographique de la clientèle.

Le caractère *représentatif* de l'échantillon pouvait donc être considéré comme acquis, ce qui, j'insiste sur ce point, n'est certainement pas le cas, lorsque l'on détermine l'échantillon à enquêter empiriquement, sans être guidé par les règles de la théorie des sondages.

5 représentants de la Société, après avoir reçu les instructions nécessaires, se rendaient auprès des clients à prospecter, leur demandaient d'abord le montant de leur commande aux conditions de prix habituelles, puis leur posaient la question : A 20 francs de moins par kilo, combien commanderiez-vous ? Selon la réponse reçue, ils continuaient ou ne continuaient pas.

Combien à 40 francs de ristourne, 60 francs... etc...?

Vous voyez qu'on visait ainsi à déterminer une sorte d'élasticité au prix, mais dans ce cas il ne s'agissait pas d'élasticité de la demande au public, mais de l'élasticité de la demande du détaillant-revendeur.

Bien entendu, dans les enquêtes, figuraient les clients potentiels en même temps que les clients réels de l'entreprise.

Les réponses reçues ont été extrêmement édifiantes :

Deux clients de la même strate donnaient des réponses de type entièrement différent. Les uns estimant déjà atteindre la saturation dans l'article en question, restaient insensibles à une perspective de rabais; les autres, au contraire, s'y montraient plus ou moins sensibles. L'analyse statistique des différentes réponses a permis d'estimer les erreurs susceptibles d'être entraînées, dans les conclusions, par suite de la taille réduite de l'échantillon.

Il fallait ensuite tirer parti de l'enquête et calculer les marges bénéficiaires dans l'hypothèse de la fixation de tel ou tel barème de prix pour en choisir l'optimum.

La marge globale correspondait à la vente de 125.000 kilos et s'élevait à 20 millions dans la situation actuelle.

Les réductions R_1 de 20 F au kilo et R_2 de 40 F au kilo déclenchaient une augmentation de la marge, variable selon les seuils de commandes Q_1 et Q_2 kilos auxquels on plaçait l'intervention de ces ristournes. Un calcul mathématique relativement simple a permis de déterminer le couple Q_1, Q_2, qui rendaient optimale la marge globale.

Les remises plus fortes F_3, 60 F au kilo et R_4, 80 F au kilo, ne déclenchaient pas de majoration de la marge. En effet, l'augmentation des commandes entre R_2 et R_3 ou R_3 et R_4, ne justifiaient plus la perte entraînée par la réduction de la marge sur la *totalité* des ventes.

En définitive, il a pu être établi que la vente à escompter passerait à 192.000 kilos soit plus de 50% de majoration et la marge globale à 26,5 millions — soit 30% de majoration, par application de seuils de ristourne de :

— 20 F pour des commandes supérieures ou égales à 10 K.

— 40 F pour des commandes supérieures ou égales à 40 K.

L'erreur susceptible d'être commise par suite de l'échantillonnage a été calculée. On a ainsi montré que les 30 % de majoration escomptés étaient, en réalité une moyenne entre un minimum de 15 % et un maximum de 45 %.

Le tarif dégressif ainsi déterminé a été aussitôt mis en application par l'entreprise considérée qui a vu, comme il était pressenti, s'accroître sensiblement la demande, notamment parmi les clients potentiels qui sont passés de « potentiels » à effectifs.

Il s'agissait, en somme ici, d'acheter à un certain prix judicieusement déterminé, qui est précisément la ristourne, la bonne volonté du distributeur en lui faisant jouer un rôle de promoteur des ventes qu'il ne jouait pas auparavant.

Précisons que l'élaboration du tarif a exigé un mois de travail à peine.

7. - *Conclusions.*

La politique de prix de l'entreprise qui constitue un intermédiaire de la plus haute importance entre l'organisation technique interne de l'entreprise et le milieu extérieur peut être étayée solidement sur tout un ensemble d'études que les techniques économiques modernes et la recherche opérationnelle permettent de mettre en œuvre désormais.

Plus que jamais, l'ouverture du marché aux entreprises étrangères se traduira par le progrès des entreprises les plus dynamiques, les moins sclérosées dans des errements surannés.

N'en doutons pas. Plusieurs entreprises allemandes, italiennes, belges, hollandaises, feront de plus en plus appel aux techniques de gestion scientifique et ne se laisseront pas seulement guider par les habitudes acquises à la faveur du cloisonnement des marchés.

Il appartient aux entreprises françaises de ne pas se laisser distancer dans cette course au progrès. Sur le plan des techniques de production, elles en sont assez nettement conscientes. Le seront-elles aussi sur le plan des techniques de gestion, d'organisation harmonieuse des tâches, sur le plan commercial enfin, de la fixation des meilleures conditions de tarification, de ristournes, etc... ? l'avenir très prochain nous le dira.

En tous cas, les méthodes sont au point, les outils de calcul sont là. Encore faut-il que se réalise la prise de conscience de l'opportunité d'y faire appel au bon moment.

Etude économique de l'implantation d'une usine sidérurgique

par B. VAN OMMESLAGHE (Belgique)
Directeur d'études à la Société Belge d'Economie et de Mathématiques Appliquées

Au cours de l'année 1960, les Autorités du Port de Rotterdam ont chargé un groupe d'étude d'examiner la possibilité d'installer une usine sidérurgique dans l'île de Rozenburg.

L'étude réalisée comporta trois parties : il fallait premièrement étudier le marché des produits sidérurgiques en 1965 et en 1970 et, en fonction de ce marché, définir la capacité et le type de production de l'usine projetée.

Il fallait ensuite définir l'implantation, les caractéristiques techniques et porter un jugement valable sur le projet, il fallait, compte tenu des informa-
porter un jugement valable sur le projet, il fallait, compte-tenu des informa-
tions obtenues au cours de ces deux premières phases, établir le calcul des coûts d'opération du complexe et par là même, estimer la rentabilité de son fonctionnement.

L'objet du présent exposé est de montrer, dans ses grandes lignes, la méthodologie qui a été suivie dans la première phase du travail, c'est-à-dire, celle qui consistait à estimer le volume et la nature du marché possible pour le complexe projeté.

La solution d'un tel problème impliquait que l'on compare la situation de l'offre et de la demande des différentes catégories de demi-produits en 1965.

De cette comparaison, on pourrait déterminer les taux d'utilisations des différents équipements qui prévaudraient en 1965 et, éventuellement, les déficits de certains d'entre-eux.

Mais, pour apprécier le marché potentiel de l'usine de Rozenburg, il fallait en outre :

— tenir compte de la plus grande capacité concurrentielle d'un complexe nouveau vis-à-vis d'équipements plus anciens et, par conséquent, structurer le volume de l'offre en 1965 d'après l'âge des équipements;

— tenir compte de l'avantage géographique des différentes sidérurgies existantes et de celle de Rozenburg à l'égard des différents marchés de consommation et, par conséquent, répartir géographiquement tant

l'offre que la demande et déterminer les coûts de transport des différents centres de production vers les différents centres de consommation.

On vient ainsi de dégager les étapes principales de l'étude :

1. Eliminer les produits dont, à priori, il n'était guère souhaitable d'envisager la fabrication.
2. Pour les différentes catégories de produits retenues, estimer le volume de la demande en 1965.
3. Pour ces mêmes catégories, estimer la capacité des équipements prévus pour 1965 en les ventilant d'après leur âge.
4. Définir un certain nombre de régions et y localiser tant l'offre que la demande des produits retenus en 1965.
5. Calculer les avantages géographiques des différentes régions productives par rapport aux différentes régions consommatrices.

1. *Sélection des produits à étudier.*

Une brève analyse menée en étroite collaboration avec les experts de la C.E.C.A. a permis de sélectionner les produits suivants :

— Profilés lourds
— Aciers marchands
— Tôles fortes
— Fil machine

2. *Estimation du volume de la demande en 1965.* (1)

La demande a été scindée en :

— Demande intérieure à la C.E.C.A.
— Demande extérieure à la C.E.C.A.

1) *La demande intérieure* a été estimée de la façon suivante, pour l'année 1965 :

— Etablissement d'un prévision de la consommation d'*acier brut* des différents pays de la communauté, à l'aide d'un modèle économétrique liant la consommation d'acier au PNB et à la production industrielle. Ce modèle tenait compte de la diminution de l'élasticité de la consommation d'acier brut par rapport au PNB, en fonction de l'accroissement du niveau absolu de la consommation d'acier.

(1) La demande et l'offre ont été estimées pour les pays de la C.E.C.A., plus la Grande-Bretagne.

— Harmonisation des estimations obtenues avec diverses estimations partielles réalisées par des instances privées ou officielles :
  — Prévisions sectorielles C.E.C.A.
  — Prévisions du S.E.E.F. (Service d'Etudes Economiques et Financières, Paris).
  — Rapport Van Berkum (Pays-Bas).
  — Etude Langanskens (Belgique).
— Etablissement d'une prévision par *produits* à partir :
  — De l'estimation de la consommation d'*acier brut* mentionnée plus haut.
  — Des estimations des parts dévolues aux différents produits dans la consommation globale; ces estimations ont été réalisées sur la base des prévisions de la C.E.C.A. et de comparaisons internationales entre divers pays se trouvant à des niveaux différents de consommation d'acier.

2) *La demande extérieure* a été estimée sur la base de divers documents de la C.E.C.A. et de prévisions de consommation par pays tenant compte de l'évolution de la consommation et du degré d'équipement des pays tiers.

3. *Estimation de l'offre en 1965.*

L'offre en 1965 a été estimée en analysant une abondante documentation permettant de reconstituer l'équipement des diverses sociétés et leurs projets éventuels d'investissement. Cette documentation était essentiellement constituée de rapports de Conseils d'Administration, d'études partielles, d'articles de la presse spécialisée, de communications de chambres syndicales, etc...

On a ainsi pu déterminer, pour chacune des 34 régions dont il sera question plus loin, quel serait le volume de l'offre en 1965 en la ventilant, pour les différents produits, d'après l'âge des équipements.

Le regroupement des chiffres obtenus a, par ailleurs, permis d'effectuer une vérification partielle par comparaison avec des données de la CECA, reprenant pour une dizaine de régions, les équipements prévus en 1965 (sans distinction d'âge).

La comparaison des volumes de l'offre et de la demande en 1965 a permis de calculer pour les quatre types envisagés de produits le taux d'utilisation probable des équipements dans différentes hypothèses d'utilisation des équipements anciens.

Si K_i^{65} représente le taux d'utilisation en 1965 de la capacité des équipements relatifs au produit i, on a :

$$K_i^{65}(\alpha, R_i) = \frac{D_i^{65}}{A_i^{56} + B_i^{65} + \alpha C_i^{65} + R_i}$$

expression dans laquelle :

D_i^{65} est la consommation intérieure et extérieure du produit i en 1965;

A_i^{65} est la capacité de production des équipements relatifs au produit i installés entre 1960 et 1965;

C_i^{65} est la capacité de production des équipements relatifs au produit i installés avant 1945 ;

B_i^{65} est la capacité de production des équipements relatifs au produit i installés entre 1945 et 1960;

R_i est la capacité de production des équipements relatifs au produit i prévue à Rozenburg;

α est le taux d'utilisation des équipements relatifs au produit i installés avant 1945.

L'introduction, dans la formule précédente des différentes valeurs numériques trouvées, a permis de dresser 4 tableaux (un par produit), du type suivant (2).

TABLEAU 1 : *Taux d'utilisation probable, en 1965, des capacités de production des sidérurgies de la C.E.C.A.*

Tôles fortes

Valeur de R / Valeur de α	R = 0	Hypothèse I 300.000 T	Hypothèse II 600.000 T
α = 70 %	89 %	85 %	81 %
α = 50 %	94 %	90 %	86 %
α = 0 %	110 %	105 %	100 %

La considération de ces différents tableaux a permis, compte tenu des valeurs les plus probables de α (3), de voir si, globalement, l'état du marché en 1965, justifiait l'installation d'une capacité de production supplémentaire.

(2) Les chiffres repris dans ce tableau ne sont donnés ici qu'à titre exemplatif et ont été volontairement modifiés.

(3) Les valeurs probables ont été déterminées d'après un certain nombre de considérations techniques; ainsi par exemple, il est certain que α sera plus faible pour les tôles fortes (l'installation de trains continus, quartos et universels tendant à déclasser les anciennes cages duos) que pour le fil machine sur les profilés lourds.

4. *Régionalisation de l'offre et de la demande.*

Les conclusions de l'étape précédente, relatives au marché considéré dans son ensemble, devaient être précisées par l'examen de la *position concurrentielle* de Rozenburg à l'égard des autres sidérurgies de la C.E.C.A.

Seul, cet examen permettait de préciser les conditions opérationnelles du complexe et sa rentabilité économique.

A cet effet, les pays de la C.E.C.A. et la Grande-Bretagne ont été divisés en 34 régions.

Dans chaque région, on a calculé l'offre et la demande en 1965.

L'offre par région a pu être estimée à partir des dépouillements relatifs aux sociétés individuelles dont on a parlé plus haut.

La *demande par région* a été estimée de la façon suivante :

— Pour chaque type de produits i on connaissait la répartition des livraisons totales L_i entre les différentes branches d'industrie;

— Les livraisons de chaque type de demi-produits à une branche d'industrie ont été réparties entre les différentes régions j au prorata de la main-d'œuvre occupée.

On a donc :

$$\sum_K L_{iK} = L_i$$

$$L_{ij} = \sum_K \frac{N_{jK}}{N_K} L_{iK}$$

expressions dans lesquelles :

L_{ij} est l'ensemble des livraisons des demi-produits i dans la région j ;
N_{jK} est la main-d'œuvre occupée dans la branche d'industrie K et la région j ;
N_K est la main-d'œuvre occupée dans l'ensemble de la branche d'industrie K ;
L_{iK} est le volume des livraisons des demi-produits i à la branche d'industrie K.

On a ainsi pu établir 4 tableaux (un par type de demi-produits) du type suivant :

TABLEAU 2 : *Offre et demande par région. - Année 1965.*

Tôles fortes

Région	Capacité de production				Consommation	Solde (signe)	Solde export.	Solde import.
	A	B	C	Totale				
1. Nrd-Rhein	200	300	300	800	600	> 0	200	—
.....	...	...	...	...	...	...	...	...
34. France-Sud	0	0	0	0	400	< 0	—	400

On connaissait ainsi la position importatrice ou exportatrice de chacune des 34 régions à l'égard des quatre produits considérés.

5. *Avantages géographiques de Rozenburg.*

L'étape suivante de l'étude a consisté en l'établissement de coûts de transports de région à région.

Les liaisons entre régions ont été étudiées :

— par chemin de fer (4)

— par navigation intérieure (5)

Le choix d'un centre de consommation et d'un centre de production par région et l'étude détaillée des tarifs et des frêts, (compte-tenu des réductions usuelles sur les tarifs officiels), ont permis d'établir deux matrices, (l'une pour les liaisons ferroviaires, l'autre pour les liaisons fluviales) à 34 lignes et 34 colonnes des coûts moyens des liaisons de région à région.

L'ensemble des données ainsi établies a permis, de définir, pour chaque produit considéré, le volume du marché qu'il était possible d'atteindre depuis Rozenburg avec un prix départ donné, compte tenu de la localisation des centres de consommation et des centres de production.

On a pu dresser 8 tableaux (deux par produit, l'un concernant la distribution par chemin de fer, l'autre la distribution par voie d'eau) du type suivant :

---

(4) pour celles des liaisons se faisant principalement par route, c'est le tarif routier qui a été pris en considération.

(5) pour celles des liaisons se faisant par navigation côtière, c'est le fret maritime qui a été pris en considération.

TABLEAU 3 : *Volume du marché possible depuis Rozenburg. Tôles Fortes - liaisons fluviales - Année 1965*

Avantage + désavantage—	Région i	Prod. 1000 t	Consom. 1000 t	Solde 1000 t	Région export. nette la + proche j	C_{ij} \$/t	C_{Ri} \$/t	C_{ij}—C_{Ri} \$/t
+ 1 \$ et plus	33	300	400	—100	12	3,1	1,1	2,0
	34	200	300	—100	4	2,5	0,6	1,9
	32	400	600	—200	3	2,2	0,9	1,3
0 à 1 \$	31	200	350	—150	13	2,3	1,4	0,9
	28	500	400	+100	28	1,6	0,8	0,8
	23	350	400	— 50	21	1,2	1,1	0,1
	24	800	600	+200	24	0,8	0,8	0,6
0 à — 1 \$	18	300	250	+ 50	18	0,5	1,0	0,5
	21	700	300	+400	7	0,7	1,3	—0,6
	22	350	300	+ 50	9	1,2	1,9	—0,7
	25	200	150	+ 50	10	0,3	1,3	—1,0
— 2 \$ et moins	Autres	.	.	.	.			
		.	.	.	.			
		.	.	.	.			

dans lequel :

— C_{ij} représente le coût de la liaison entre la région de consommation i et la région *exportatrice nette* la mieux placée j (en \$/t).

— C_{iR} représente le coût de la liaison entre la région i et Rozenburg (en \$/t).

— Lorsque la région de consommation i était *exportatrice nette,* le coût C_{ij} pris en considération était le coût moyen entre les centres de production et les centres de consommation de la *région.*

On voit par exemple que la région 33 présente un avantage relatif de 2 dollars par tonne pour Rozenburg par rapport à la région exportatrice nette la mieux placée (qui est la région 12); comme cette région présente un excédant de 100.000 t de la consommation sur la production, le complexe projeté pourra obtenir ce marché, à moins que les prix des sidérurgies de la région 12 ne soient baissés de 2 dollars par tonne.

Finalement, considérant d'une part la répartition possible des livraisons vers chaque région entre les deux modes de transport possible et d'autre part estimant que le marché potentiel de Rozenburg est celui que l'on peut atteindre à égalité de prix rendus avec les sidérurgies les mieux placées, on a pu établir le tableau suivant :

TABLEAU 4 : *Marché potentiel de Rozenburg. – Année 1965*

	Tôles fortes	Profilés lourds	Aciers marchands	Fil machine
A égalité de prix départ	300	500	700	300
A prix départ inférieur de 1 $	500	600	800	500
A prix départ inférieur de 2 $	1000	800	900	800
A prix départ inférieur de 3 $	1500	1200	1500	1000

Ces données ont permis de déterminer si, du point de vue des marchés, le complexe projeté se justifiait, et, dans l'affirmative, d'estimer la taille à donner aux divers équipements.

L'étude devait alors être complétée du calcul proprement dit des équipements et des coûts d'opération du complexe afin de permettre de porter un jugement définitif sur sa rentabilité.

Expériences de recherche opérationnelle dans un complexe sidérurgique allemand

par H.A. FRICKE (Allemagne)

Attaché au Service de Statistique Mathématique de la Dortmund-Hörder Hüttenunion

Messieurs,

J'aurai le plaisir de vous parler d'un système de programmation conçu par un groupe d'ingénieurs-lamineurs et mathématiciens ayant pour but de déterminer un programme de laminage pour larges plats.

D'abord, on a voulu perfectionner le système de préparation et les tableaux. Ce travail n'a pas causé de difficultés. Les commandes ont été enregistrées par les statisticiens sur des bandes magnétiques. Au moyen de ces bandes et d'un compteur IBM on a pu obtenir les données pour le programme. On était bien tenté d'exécuter aussi le travail fait par les hommes chargés de la préparation du programme. Peu à peu, le programme des calculs a été élargi de façon à ce que le computer prépare tout le programme de laminage.

Je vous donnerai, ci-après, les détails les plus importants de la marche du laminoir en question, lesquels vous aideront à comprendre le type de programme adopté par nous.

Les larges plats sont des produits ayant une section rectangulaire. L'épaisseur est de 5 à 100 millimètres. La largeur est de 151 à 1000 millimètres environ. La longueur est de 2 à 30 mètres. Les nuances de qualité et les sections sont très différentes. Parmi 2000 parties de commandes présentées pendant un mois, il y en a 950 dont la section et la nuance de qualité sont différentes. Etant donné cette situation, il est impossible d'exécuter les commandes en prélevant les produits du stock, composé de toutes les qualités et sections courantes. Il faut donc établir un programme de production en accord avec les diverses commandes. D'autre part, ce programme doit permettre de réduire au minimum la perte due à l'éboutage et au découpage, le temps de stockage et les heures de travail par rapport à la totalité de la commande.

La figure n° 1 montre le schéma de la marche de production. D'abord les lingots sont transformés en blooms ou brames (voir la première ligne). Ensuite les blooms et les brames sont éboutés (voir la deuxième ligne). Les bouts ne peuvent pas être utilisés. Les ébauches obtenus d'un lingot ont la même

section. La longueur, au contraire, peut être différente. Le premier laminage est fait dans des laminoirs différents selon les dimensions des ébauches exigées.

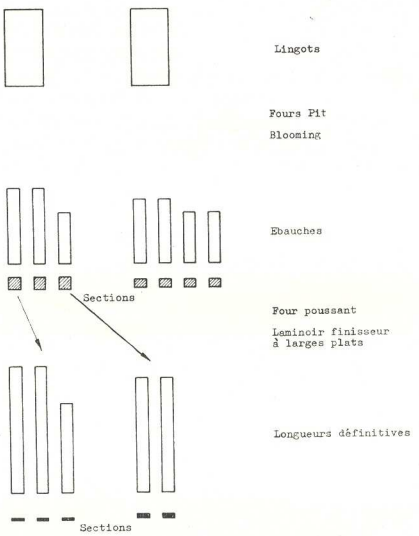


Fig. 1. — Marche de production. Schéma.

Permettez-moi d'ajouter quelques mots sur le laminage dans le laminoir à larges plats. Les ébauches sont rechauffées jusqu'à la température de laminage dans son four poussant. Cela exige un certain temps selon les dimensions des ébauches. La capacité limitée du four peut causer des difficultés. Le produit fini est découpé conformément aux longueurs indiquées dans la commande. Etant donné que les bouts des pièces laminées n'ont pas de dimensions exactes, il faut couper les bouts qui peuvent être de 1 à 2 mètres de long selon la section. Quelquefois, les bouts coupés sont plus longs parce qu'il faut fournir exactement la longueur prescrite par le client. Dans le laminoir finisseur, on

peut obtenir diverses sections finales des ébauches d'une même section. Cela est très important.

Je viens de vous donner un aperçu de la marche de laminage. Or, quand on veut établir le programme de laminage, il faut renverser l'ordre de travail parce qu'au commencement, on ne dispose que des données indiquées dans la commande. Il faut déterminer les dimensions des ébauches à l'aide des longueurs prescrites par le client. Nous appelons cela « l'intégration de l'ensemble des lingots ». Il est fréquemment nécessaire de combiner plusieurs parties de commandes, de plusieurs commandes. Quand il s'agit de parties de commandes de clients différents, il faut prévoir une place au stock pour chaque client. En même temps, il faut veiller à ce que les parties restantes de la commande du client en question, soient laminées aussitôt que possible. Il sera donc nécessaire de faire de nouvelles combinaisons.

La programmation, au moyen du computer évite cet inconvénient. Aussitôt que le service de vente donne l'ordre de programmer le laminage, les commandes sont réparties sur des périodes de laminage dont chacune comprend environ 800 tonnes. On ne combine que les parties d'une même période de laminage pour déterminer les dimensions des ébauches ou des lingots. Tous les produits laminés qui doivent être finis en même temps rentrent dans une même période de laminage. Cela concerne les commandes pour lesquelles des délais précis ont été prescrits. Cela concerne aussi les commandes dont les qualités ne sont disponibles qu'à certaines dates. Il s'agit donc de commandes qui ne permettent pas de livraisons partielles. Les commandes qui manquent de prescriptions spéciales sont combinées avec d'autres commandes de composition semblable.

Permettez-moi de vous parler brièvement de l'intégration des périodes de laminage. A titre d'explication, je vais citer deux exemples très simples (voir la figure n° 2). Un client a commandé douze pièces d'une longueur de 7 m et d'une section de 180 x 30 millimètres.

L'intégration de la longueur peut être faite de deux façons, à savoir : on peut prendre 3 ébauches, de 4 longueurs, ou 4 ébauches de 3 longueurs. Dans les deux cas, nous obtiendrons 12 longueurs. Il est mieux de choisir la première alternative parce que d'une part, 3 ébauches causent moins de perte due au découpage et, d'autre part, le laminage de 3 ébauches peut être effectué plus rapidement.

L'intégration des lingots est facile dans ce cas. Les 3 ébauches peuvent être obtenues d'un seul lingot de dimensions moyennes. Une commande de 5 pièces, avec les mêmes dimensions, ne conviendrait pas dans le cas en question, parce que la cage finisseuse ne peut laminer que des pièces jusqu'à 33 m

de long. Il faudrait donc produire deux pièces d'une longueur plus courte. Cela impliquerait une perte assez grande due au découpage et un temps de laminage plus long. En plus, le lingot ne serait utilisé qu'à moitié. Dans ce cas, on tâcherait d'y joindre une ou plusieurs parties de la même qualité et de la même section d'une autre commande afin d'utiliser entièrement le lingot. Si cela n'est pas possible, on s'efforcera d'utiliser mieux le lingot. Généralement, cela est possible, parce qu'on peut obtenir des produits finis ayant des dimensions diverses des ébauches d'une même section.

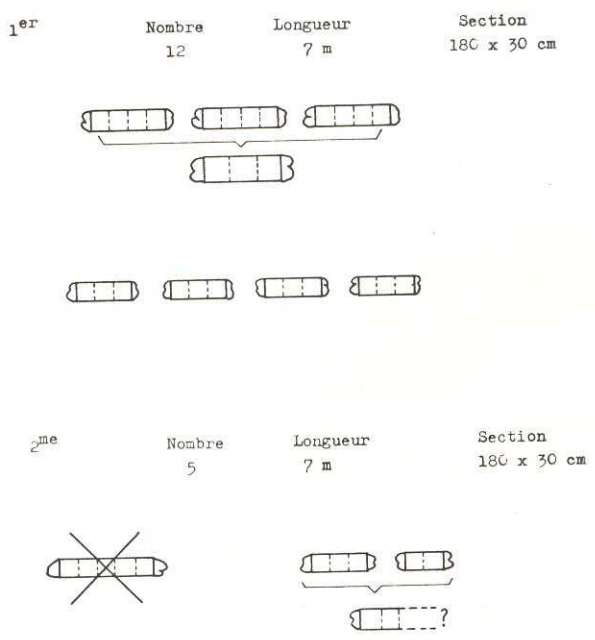


Fig. 2. — Exemples de l'intégration.

En principe, quand on examine toutes les commandes présentant des produits d'une même qualité, on peut constater qu'il y a un grand nombre de combinaisons possibles.

Nous nous trouvons donc en face d'un problème typique de recherche opérationnelle comparable avec le système de programmation linéaire. Dans les deux cas, nous avons généralement un grand nombre de combinaisons possibles. Nous allons choisir une solution optimale, à l'aide d'une fonction d'évaluation.

Le procédé idéal, permettant de trouver la solution, n'existe pas dans notre cas. D'autre part, il est pratiquement impossible de calculer toutes les combinaisons possibles d'une période de laminage. Il faudrait des années pour exécuter ce travail, même au moyen d'un computer. Je tiens à attirer votre attention sur le fait que la marche du service ne s'accorde jamais avec le programme établi. Les variations peuvent être de nature suivante : différence de poids des lingots, défauts du matériau, défauts de laminage, erreurs, confusions, etc. Il en résulte que les combinaisons compliquées sont tellement dérèglées qu'elles n'offrent qu'un intérêt théorique.

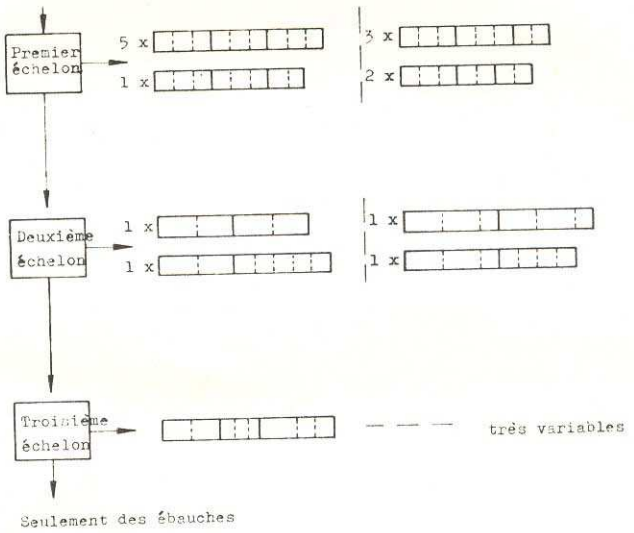


Fig. 3. — Intégration à trois échelons.
Exemples de l'intégration des lingots et des ébauches.

L'objet du programme est de trouver des solutions simples et pratiques.

D'abord, on se base sur une commande idéale fictive, composée de beaucoup de longueurs d'un mètre, par rapport à chaque section. Ce calcul montre quelles longueurs et sections des ébauches peuvent être utilisées. On trouvera une combinaison qui implique une quantité de pertes dues à l'éboutage et aux découpages et un temps déterminé de laminage et de réchauffage. Ces valeurs déterminées pour le cas idéal seront la mesure pour les cas réels. La figure n° 3 montre le schéma d'une combinaison réelle qui est réalisée en 3 échelons.

Au premier échelon, on combine chaque groupe de commandes présentant exactement les mêmes dimensions. La meilleure solution sera comparée

avec la solution idéale. Si la dépense (éboutage, découpage, temps de laminage et réchauffage), n'est pas supérieure à 15% à celle de la solution idéale, la solution trouvée est considérée comme satisfaisante.

Au premier échelon, on ne cherche que des solutions basées sur deux types de lingots et d'ébauches. Le côté droit de la figure n° 3 montre 2 possibilités. Le reste, c'est-à-dire, moins de 30% de toutes les parties des commandes, rentre dans le deuxième échelon où l'on combine en deux les parties d'une même section, mais de longueurs différentes. On cherche toutes les combinaisons possibles, en les évaluant par rapport à la dépense respective. Pour réduire au minimum la dépense totale, on choisit les combinaisons les plus favorables, en se servant d'une méthode très simple qui est semblable à la méthode adoptée pour la solution du « assignment problem ». Au deuxième échelon, deux parties de commandes combinées, doivent également être obtenues de deux types de lingots et d'ébauches au maximum. Ici aussi, la dépense ne doit pas dépasser de 15% celle de la solution idéale. Environ 10% des commandes ne peuvent pas rentrer dans le deuxième échelon parce que souvent il y a seulement une commande présentant des produits d'une section déterminée.

Au troisième échelon, on tâchera d'arriver à une intégration des lingots, sur la base du reste des parties des commandes d'une largeur semblable. Ici, une dépense supplémentaire moyenne de 20% est permise. Dans des cas très désavantageux, le personnel chargé de l'exécution du programme de laminage détermine les dimensions des ébauches. Le troisième échelon n'a pas encore été mis au point.

Vous me demanderez si la programmation mécanique donne des résultats pratiques.

La figure n° 4 montre la comparaison entre la détermination du poids des ébauches faites manuellement et au moyen du computer pour 60 commandes choisies au hasard. On peut constater que dans 32 cas, les deux systèmes donnent les mêmes résultats. Dans 28 cas, le poids des lingots ,déterminé au moyen du computer est plus grand. Il s'ensuit que l'on dispose d'un nombre inférieur d'ébauches pour les commandes. Cela aboutit à une économie, à savoir que la perte due au coupage des bouts des pièces laminées diminue de 16% et le temps de laminage aux cages finisseuses diminue de 11%.

Le poids supérieur des ébauches est obtenu principalement grâce aux longueurs supérieures. On peut réchauffer des ébauches d'une longueur de 3,50 mètres dans les fours dont la capacité n'a pas toujours été totalement utilisée. La cage ne permet pas l'emploi des ébauches d'une largeur supérieure

de 2 centimètres par rapport à celle du produit fini. L'épaisseur, au contraire, est au moins de 8 centimètres plus grande que celle du produit fini. Cela permet le laminage de pièces à dimensions exactes. On pourrait utiliser des ébauches d'une épaisseur plus grande, mais il faudrait procéder avec prudence.

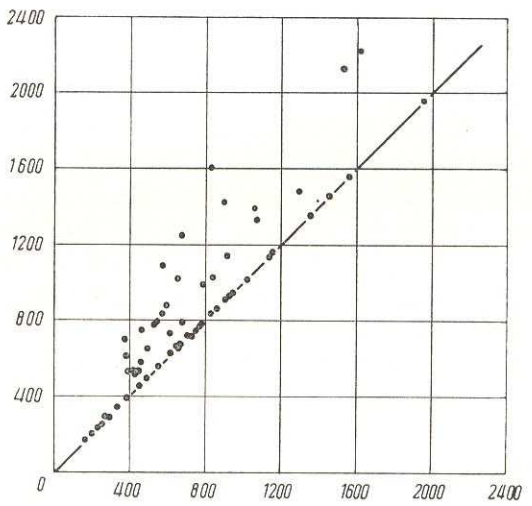


Fig. 4. — Comparaison entre le poids des ébauches déterminés manuellement et au moyen du computer. L'ordonnée représente la détermination manuelle. L'abscisse représente la détermination au moyen du computer.

La figure n° 5 montre l'influence de l'épaisseur des ébauches sur le façonnage des ébauches d'une longueur maximale de 3,50 mètres.

La courbe A montre que le temps de laminage, par tonne de produit fini, diminue au fur et à mesure que l'épaisseur des ébauches augmente. La courbe B montre que la perte due au coupage des bouts diminue aussi à cause de la diminution du nombre des pièces laminées. D'autre part, la courbe C montre que le tonnage des ébauches fourni par le four, par unité de temps, diminue au fur et à mesure que l'épaisseur des ébauches augmente.

Le four poussant n'est pas capable de fournir le tonnage nécessaire pour utiliser totalement la capacité du laminoir dans le cas ou l'épaisseur des ébauches est trop grande. Pour cette raison, la programmation manuelle implique forcément des interruptions de laminage. Cela arrive rarement avec la programmation mécanique qui choisit des épaisseurs optimales, à l'aide de la courbe D dont le minimum indique une compensation entre les avantages et les désavantages de toutes les épaisseurs.

Les valeurs α, β et γ peuvent être modifiées de programme en programme. La détermination de la valeur β permet de constater si le but principal est d'obtenir une grande production ou de réduire la perte due à l'éboutage et au découpage. L'utilisation de la capacité du laminoir et du four varie conformément aux diverses commandes, mais les valeurs α et γ permettent d'atteindre une utilisation moyenne des capacités.

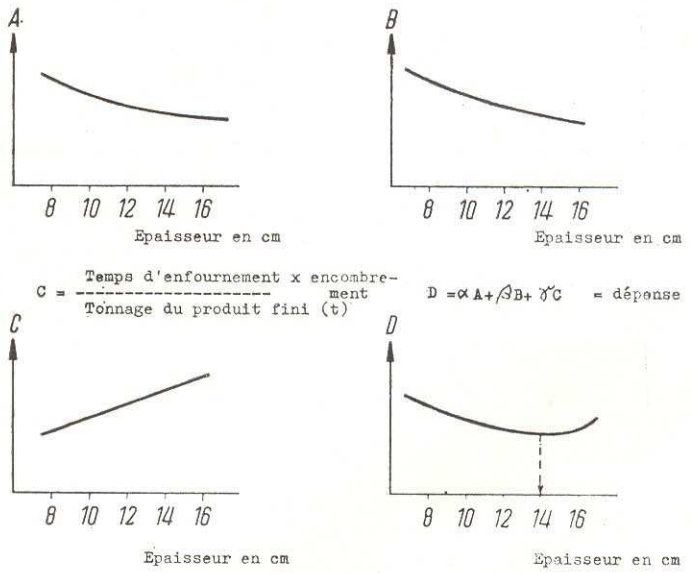


Fig. 5. — Détermination de l'épaisseur des ébauches.

$$A = \frac{\text{Temps de laminage}}{\text{Tonnage du produit fini (t)}}$$

$$B = \frac{\text{Bouts tombants}}{\text{Tonnage du produit fini (t)}}$$

La suite chronologique du laminage n'est pas déterminée par le programme. D'autre part, il ne serait pas avantageux de fixer un plan chronologique pour plusieurs semaines, parce que dans ce cas, le laminoir à larges plats, ne pourrait marcher que si tous les demi-produits étaient disponibles pour une période de laminage. La fourniture n'est pas toujours régulière.

Je vais aborder le dernier problème, à savoir la détermination du poids des lingots à utiliser (voir la figure n° 6). Il n'est pas possible de prédire le poids utilisable d'un lingot. Les poids des coulées varient et les chutes de lingots varient aussi. Un examen de la statistique nous sera utile. La courbe A

montre — quoique d'une manière un peu exagérée — la fréquence du rendement. Il est nécessaire de déterminer le poids des lingots pour la programmation.

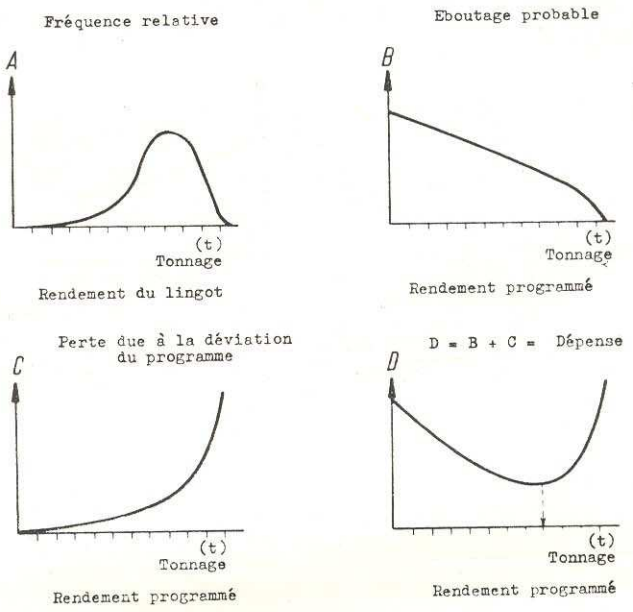


Fig. 6.

Nous nous trouvons en face de deux risques. Le lingot produit peut être plus grand que le lingot programmé. La courbe B montre la grandeur du premier risque. Dans ce cas, il y aurait beaucoup de perte due à l'éboutage. On peut calculer facilement la chute correspondant à chaque poids fixé dans le programme. Le lingot peut être plus petit. Dans ce cas, il faudrait s'efforcer d'obtenir toutes les ébauches nécessaires. La courbe C montre la grandeur de cet inconvénient. Le risque augmente au fur et à mesure que le poids fixé dans le programme augmente. La courbe D montre le compromis entre les deux risques. Le minimum représente le poids le plus favorable pour la programmation.

En réalité on lamine successivement plusieurs lingots. De cette manière on parvient à compenser quelquefois les risques. Ce fait est pris en considération dans le programme.

Cet aperçu vous donnera une idée du système de sélection du programme. La solution idéale est le principe servant de règle pour arriver à des combinaisons dont chacune correspond à certaines variables qui ne doivent pas être considérées séparément par rapport aux lingots et aux ébauches, comme je viens de le faire pour simplifier les explications. Les dimensions des lingots et des ébauches, ne sont pas indépendantes les unes des autres. Pour cette raison, on choisit une combinaison entre les cas admis avec un minimum de dépense.

La solution choisie par nous sera-t-elle la solution idéale? J'en doute. Mais elle est pratique parce qu'elle prend en considération les facteurs les plus importants. Il sera évidemment possible de perfectionner le système aussitôt que l'on parviendra à contrôler mieux les défauts de stabilité. Cela veut dire qu'il faudra remplacer les prédictions statistiques par des mesures continuelles dans l'usine.

De cette façon, on pourrait parvenir à une programmation simultanée permettant de réagir rapidement et avec succès en cas d'une déviation de la marche de production prévue. Il est vrai qu'un tel système exigerait un placement de fonds considérables.

La programmation dynamique et ses possibilités en calcul économique

par A. KAUFMANN (France)

Conseiller Scientifique à la Cie des Machines BULL

Un des instruments les plus efficaces pour rechercher l'optimum d'une fonction de valeur attachée à un phénomène économique a été présenté il y a une dizaine d'années par le mathématicien américain Richard BELLMAN; l'intérêt de cet instrument déborde d'ailleurs du domaine de l'économie et peut être estimé tout aussi important pour des recherches et évaluations en physique, en mathématiques pures et dans l'avancement des recherches technologiques.

A la base de la méthode présentée par BELLMAN se trouve un certain « principe d'optimalité » que nous préférerons d'ailleurs qualifier de « théorème d'optimalité » étant entendu qu'en mathématiques on ne doit pas utiliser des principes mais des axiomes et des théorèmes.

Ce « principe » d'optimalité est si simple qu'il parait presque trivial lorsqu'il a été bien compris, certains même le considèrent comme un truisme. Mais son importance et l'efficacité des méthodes d'optimisation séquentielle auxquelles il a donné naissance s'accentuent au fur et à mesure qu'on s'aperçoit que la vraie nature de nombreux problèmes économiques est de caractère séquentiel : par ailleurs, certains problèmes qui n'ont pas cette nature peuvent d'une manière arbitraire être ramenés à une telle forme d'optimisation.

Historiquement, on peut faire remonter la méthode de programmation dynamique à certains travaux d'EULER, de LAGRANGE, de RAYLEIGH et de HAMILTON.

Le calcul des variations hérité de ces mathématiciens ne peut pas être dissocié de la programmation dynamique, bien que la présentation en soit toute différente.

Pour introduire pédagogiquement le principe d'optimalité, nous débuterons par un exemple et généraliserons rapidement.

Le problème du « plus court chemin », bien connu dans la théorie des graphes, est un moyen commode et surtout visuel pour faire apparaître la propriété fondamentale utilisée.

Considérons le problème suivant. Entre deux villes A et N, on se propose de construire un autoroute, qui devra passer à proximité ou à travers un certain

nombre d'autres villes; il y a de nombreux points de passage possibles et un nombre assez important de tronçons peuvent être envisagés, en tenant compte de la nature du terrain et du relief. Pour chaque tronçon élémentaire, on a évalué le coût total des dépenses : coût des travaux et des ouvrages d'art, expropriations, estimation des pertes économico-sociales éventuelles des villes ou villages éloignés d'un trafic qui pouvait être profitable dans le passé.

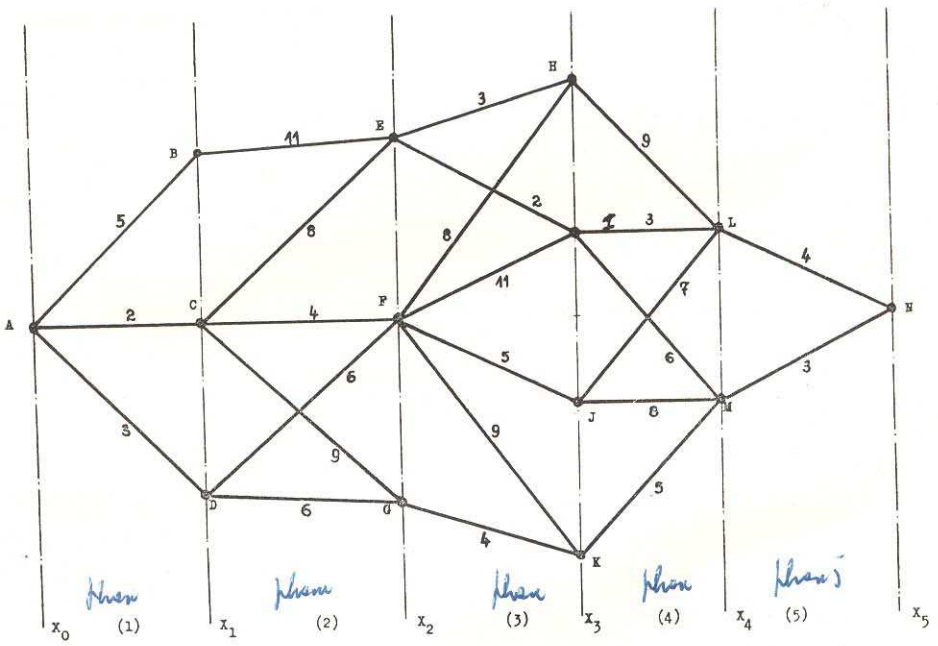


Fig. 1.

Le graphe annexé peut donner un aspect simplifié de ce genre de problème; sur ce graphe on a porté les coûts de chaque tronçon dans une unité monétaire appropriée (voir figure 1).

En phase (1) on peut choisir, à partir de A, d'aller en B, C ou D; de même, en phase (2) on peut choisir à partir de B,C ou D si cela est possible d'aller en E, F ou G; et ainsi de suite en phase (3), (4) et (5).

Un chemin quelconque allant de A à N sera appelé une « politique ». Ainsi (ADFILN) est une « politique ». Une portion continue de chemin sera appelée une « sous-politique », ainsi (DKF), (CEIM), (HL), (CGKMN) sont des sous-politiques.

Il se trouve que (ACEILN) est la politique la moins coûteuse et donne 19; considérons toutes les sous-politiques contenues dans (ACEILN); entre les points de ce chemin, toutes les sous-politiques sont optimales, il ne peut en être autrement car il existerait un chemin meilleur de A à N, qui contiendrait une autre sous-politique meilleure, ce qui est contraire à l'hypothèse.

On est donc amené à formuler un certain truisme :

« *Une politique optimale ne peut être formée que de sous-politiques optimales* ».

BELLMAN a énoncé cette propriété autrement :

« *Une politique est optimale si, à une période donnée, quelle que soient les décisions précédentes, les décisions qui restent à prendre constituent une politique optimale en regard du résultat des décisions précédentes* ».

La définition que nous avons donnée est plus simple, mais nous devrons l'énoncer autrement lorsqu'il s'agira de processus aléatoires et nous nous rapprocherons alors de celle donnée par BELLMAN.

Appliquons au problème de l'autoroute le « principe » d'optimalité.

Soient $v_i(x_{i-1}, x_i)$ le coût d'un tronçon de la phase (i) et $F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ le coût total de l'autoroute de A à N :

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = v_1(x_0, x_1) + v_2(x_1, x_2) + v_3(x_2, x_3) + v_4(x_3\, x_4) + v_5(x_4, x_5).$$

Utilisons le principe d'optimalité, appelons $f_{1,2}(x_0, x_2)$ le coût minimal pour la portion formée par les phases (1) et (2) lorsque cette portion se termine au point x_2 :

$$f_{1,2}(x_0, x_2) = \text{MIN}\ [v_1(x_0, x_1) + v_2(x_1, x_2)]\ ; \quad x_1 = B, C, D$$

soit :

$$\begin{aligned} f_{12}(x_0, E) &= \text{MIN}\ [5 + 11,\ 2 + 8,\ 3 + \infty] \\ &= 10 \text{ avec } x_1 = G \\ f_{12}(x_0, F) &= \text{MIN}\ [5 + \infty, 2 + 4, 3 + 6] \\ &= 6 \text{ avec } x_1 = G \\ f_{12}(x_0, G) &= \text{MIN}\ [5 + \infty, 2 + 9, 3 + 6] \\ &= 9 \text{ avec } x_1 = D \end{aligned}$$

Appelons maintenant $f_{123}(x_0, x_3)$ le coût minimal pour les tronçons 1, 2 et 3 à la fois; d'après le principe d'optimalité :

$$f_{123}(x_0, x_3) = \text{MIN}\ [f_{12}(x_0, x_2) + v_3(x_2, x_3)]\ ; \quad x_2 = E, F, G$$

soit :

$$\begin{aligned} f_{123}\ (x_0, H) &= \text{MIN}\ [10 + 3,\ 6 + 8,\ 9 + \infty] \\ &= 13 \text{ avec } x_2 = E \\ f_{123}\ (x_0, I) &= \text{MIN}\ [10 + 2, 6 + 11, 9 + \infty] \\ &= 12 \text{ avec } x_2 = E \\ f_{123}\ (x_0, J) &= \text{MIN}\ [10 + \infty, 6 + 5, 9 + \infty] \\ &= 11 \text{ avec } x_0 = F \\ f_{123}\ (x_0, K) &= \text{MIN}\ [10 + \infty, 6 + 9, 9 + 4] \\ &= 13 \text{ avec } x_2 = G \end{aligned}$$

Continuons :

$$f_{1234}\ (x_0, x_4) = \text{MIN}\ [f_{123}\ (x_0, x_3) + v_4\ (x_3, x_4)]\ ;\ \ x_3 = H, I, J, K$$

soit

$$\begin{aligned} f_{1234}\ (x_0, L) &= \text{MIN}\ [13 + 9, 12 + 3, 11 + 7, 13 + \infty] \\ &= 15 \text{ avec } x_3 = I \\ f_{1234}\ (x_0, M) &= \text{MIN}\ [13 + \infty, 12 + 6, 11 + 8, 13 + 5] \\ &= 18 \text{ avec } x_3 = I \text{ ou } x_3 = K \end{aligned}$$

Enfin

$$\begin{aligned} F^* = f_{12345}\ (x_0, x_5) &= \text{MIN}\ [f_{1234}\ (x_0, x_4) + v_5\ (x_4, x_5)]\ ;\ \ x_4 = L, M \\ &= \text{MIN}\ [15 + 4, 18 + 3] \\ &= 19 \text{ avec } x_4 = L \end{aligned}$$

Ainsi, le chemin de coût minimal est ACEILN avec 19.

La méthode peut tout aussi bien être appliquée en commençant par la phase (5) et en remontant, ou encore en évaluant tout ensemble continu de phases et en assemblant des sous-politiques optimales ensemble.

Maintenant, considérons une jonction de $n + 1$ variables décomposable de la façon suivante :

$$\begin{aligned} &F\ (x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_{n-1}, x_n) = \\ &\quad v_1\ (x_0, x_1) + v_2\ (x_1, x_2) + v_3\ (x_2, x_3) + \ldots \\ &\quad \ldots + v_n\ (x_{n-1}, x_n). \end{aligned}$$

Alors, la valeur optimale de F sera obtenue par récurrence, en appelant $f_{0,r}\ (x_0\ ,\ x_r)$ l'optimum pour l'ensemble des phases 0, 1, 2, ... $r - 1$, r consécutives, avec $F_{opt} = f_{0,n}\ (x_0\ ,\ x_n)$

$$f_{0,r}\ (x_0\ ,\ x_r) = \text{OPT}\ [f_{0,r-1}\ (x_0\ ,\ x_{r-1}) + v_r\ (x_{r-1}\ ,\ x_r)]$$

avec $x_{r-1}\ \varepsilon\ X_{r-1}\ (x_0\ ,\ x_r)$ et $f_{0,1}\ (x_0\ ,\ x_1) = v_1\ (x_0\ ,\ x_1)$.

Ces formules peuvent être aussi appliquées après adaptation des indices en remontant de n vers 0 ou par portions. Elles conviennent quelles que soient les variables x_i : entières, discrètes, continues ou encore si elles représentent des vecteurs.

Bien entendu, la recherche séquentielle des optimums peut devenir très compliquée, les variables x_i appartenant à des domaines qui dépendent de x_0 et x_{i+1} et plus aussi lorsque des variables qui précèdent ou succèdent à x_i telles que (x_{i-1} et x_{i+1}), (x_{i-2}, x_{i-1} et x_{i+1}, x_{i+2}) etc... interviennent.

On peut aussi traiter de cette manière toute fonction décomposable en phases : $F(x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots x_{n-1}, x_n) = v_1(x_0, x_1) \times v_2(x_1, x_2) \times \ldots \times v_n(x_{n-1}, x_n)$, où le symbole $\times$ peut signifier, par exemple, une multiplication, un produit de composition, etc...

Des problèmes de stocks, d'investissements, de promotion, de localisations, de planification macro-économique peuvent être traités de cette manière, sous réserve que leur caractère soit séquentiel ou puisse y être ramené par certains artifices.

En fait, les problèmes les plus importants ne se situent pas, en général, dans un avenir certain, mais en avenir aléatoire.

Toujours à l'aide d'un graphe, donc dans des ensembles dénombrables, montrons comment le principe d'optimalité peut être étendu au cas d'un processus aléatoire, mais il sera facile de généraliser à d'autres catégories d'ensembles.

Nous allons présenter un jeu de décision et de hasard, mais la retransposition économique sera aisée.

On considère quatre cases numérotées A, B, C et D (voir figure 2).

A	B
D	C

Fig. 2.

Le jeu se décompose en 1 phase préalable, suivie de 3 phases. A un joueur, on donne un jeton à placer dans une case.

Phase 0 — On indiquera au joueur dans quelle case il se trouve (condition initiale).

Phase 1 — Etant initialement dans une certaine case, le joueur peut se déplacer selon les flèches pointillées indiquées sur la figure 3. Ainsi, étant initialement en B, il peut soit aller en A, en B ou en D.

Ce mouvement étant réalisé, le hasard intervient, une roue de loterie appropriée le renvoie dans une autre case selon les différentes lois de probabilité indiquées dans la colonne « hasard » de la phase I.

Ainsi, s'il se trouve en D, les trois événements suivants peuvent être admis : il va en A avec un gain de 3 et une probabilité de 0,5; en C avec un gain de 2 et une probabilité de 0,5; en C avec un gain de 2 et une probabilité de 0,3; en D avec un gain de 1 et une probabilité de 0,2 (voir figure 3).

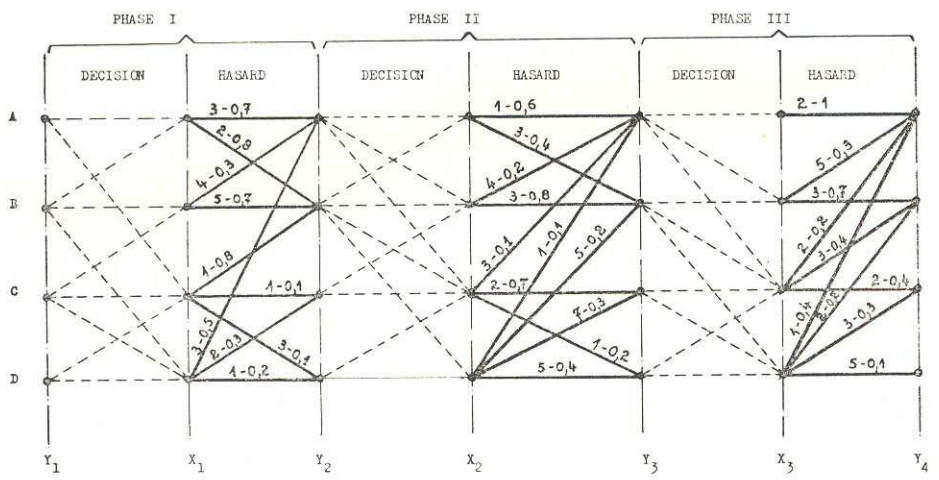


Fig. 3. — Les indications portées sur les arcs en trait pleins représentent la valeur et la probabilité de passage.

Phases II et III — Même processus, mais les gains et les probabilités diffèrent (le processus n'est pas stationnaire).

On répète ce jeu de hasard 100 fois; quelles sont les politiques optimales, c'est-à-dire celles qui donnent un gain maximal pour chaque situation en phase O.

En appelant x_i les variables de décision et y_j les variables d'état, nous opérerons comme suit en commençant par le futur, en remontant vers le passé; notons en passant qu'on ne peut faire autrement si nous admettons que le gain moyen est donné par l'espérance mathématique du gain.

Phase III. — Appelons $\overline{Z}_3$ (y_3, x_3) l'espérance mathématique du gain quand, étant en y_3, on décide d'aller en x_3, il vient :

$\overline{Z}_3$ (A,A) = (2) (1) = 2

$\overline{Z_3}$ (A,B) = (5) (0,3) + (3) (0,7) = 3,6

$\overline{Z_3}$ (A,C) = (2) (0,2) + (3) (0,4) + (2) (0,4) = 2,4

$\overline{Z_3}$ (B,B) = (5) (0,3) + (3) (0,7) = 3,6

$\overline{Z_3}$ (B,C) = 2,4

$\overline{Z_3}$ (B,D = 2,2

$\overline{Z_3}$ (C,C) = 2,4

$\overline{Z_3}$ (C,D) = 2,2

$\overline{Z_3}$ (D,C) = 2,4

$\overline{Z_3}$ (D,D) = 2,2

En appelant $\overline{f_3}$ (y_3) l'espérance mathématique maximale quand on est en y_3, il vient :

$\overline{f_3}$ (A) = 3,6 avec x_3 = B

$\overline{f_3}$ (B) = 3,6 avec x_3 = B

$\overline{f_3}$ (C) = 2,4 avec x_3 = C

$\overline{f_3}$ (D) = 2,4 avec x_3 = C

Phases III et II ensemble. — Appelons $\overline{Z_2}$ (y_2, x_2) l'espérance mathématique du gain pour les phases II et III réunies quand on est en y_2, au début de la phase II. On appliquera le principe d'optimalité en faisant la somme du gain en phase II et de l'espérance mathématique maximale du gain en phase III pour les valeurs considérées de y_2, x_2 et y_3; il vient :

$\overline{Z_2}$ (A,A) = (1 + 3,6) (0,6) + (3 + 3,6) (0,4) = 5,40

$\overline{Z_2}$ (A,B) = (4 + 3,6) (0,2) + (3 + 3,6) (0,8) = 6,80

$\overline{Z_2}$ (A,C) = (3 + 3,6) (0,1) + (2 + 2,4) (0,7) + (1 + 2,4) (0,2)
= 4,42

$\overline{Z_2}$ (B,A) = 5,40

$\overline{Z_2}$ (B,B) = 6,80

$\overline{Z_2}$ (B,C) = 4,42

$\overline{Z_2}$ (B,D) = 7,96

$\overline{Z_2}$ (C,C) = 4,42

$\overline{Z_2}$ (D,C) = 4,42

En appelant $\overline{f_{3,2}}$ (y_2) l'espérance mathématique maximale quand on est en y_2, il vient :

$\overline{f}_{3,2}$ (A) = 6,80 avec x_2 = B

$\overline{f}_{3,2}$ (B) = 7,96 avec x_2 = D

$\overline{f}_{3,2}$ (C) = 6,80 avec x_2 = B

$\overline{f}_{3,2}$ (D) = 4,42 avec x_2 = C

Phases III, II et I ensemble. — Appelons $\overline{Z_1}$ (y_1, x_1) l'espérance mathématique du gain pour les phases III, II et I réunies quand on est en y_1, au début de la phase I. On appliquera encore le principe d'optimalité de la même manière :

$\overline{Z_1}$ (A,A) = (3 + 6,8) (0,7) + (2 + 7,96) (0,3) = 9,848

$\overline{Z_1}$ (A,C) = (1 + 7,96) (0,8) + (1 + 6,80) (0,1) + (3 + 4,42) (0,1) = 8,720

$\overline{Z_1}$ (B,A) = (3 + 6,80) (0,7) + (2 + 7,96) (0,3) = 9,848

$\overline{Z_1}$ (B,B) = 12,312

$\overline{Z_1}$ (B,D) = 8,624

$\overline{Z_1}$ (C,B) = 12,312

$\overline{Z_1}$ (C,D) = 8,624

$\overline{Z_1}$ (D,C) = 8,720

$\overline{Z_1}$ (D,D) = 8,624

Finalement on aura :

F_{MAX} (A) = 9,848 avec x_1 = A
F_{MAX} (B) = 12,312 avec x_1 = B
F_{MAX} (C) = 12,312 avec x_1 = B
F_{MAX} (D) = 8,720 avec x_1 = C

Voici les politiques optimales :

si y_1 = A prendre x_1 = A

$= B$ prendre $x_1 = B$
$= C$ prendre $x_1 = B$
$= D$ prendre $x_1 = C$
si $y_2 = A$ prendre $x_2 = B$
$= B$ prendre $x_2 = D$
$= C$ prendre $x_2 = B$
$= D$ prendre $x_2 = C$
si $y_3 = A$ prendre $x_3 = B$
$= B$ prendre $x_3 = B$
$= C$ prendre $x_3 = C$
$= D$ prendre $x_3 = C$

Il serait commode de convertir le jeu que nous venons d'étudier en problème de stocks ou d'entretien. En fait, dans le cas aléatoire, les problèmes pratiques se présentent sous la forme de phases : décision - hasard (D, H) ou hasard - décision (H, D), ou encore des phases plus complexes, par exemple (D, D, H, D, H).

Dans le cas aléatoire, le principe d'optimalité sous la forme où nous l'avons énoncé et qui différait de celle de BELLMAN, doit être modifié ici et s'énoncer :

« *Une sous-politique optimale de la phase N (la dernière) à la phase (N - n) ne peut être formée que par une sous-politique optimale de N à (N — n + 1)* »

Indiquons que tout processus aléatoire séquentiel (D,H), (H,D) ou plus compliqué, dont les variables d'état et de décision d'une phase ne dépendent que de celles de la phase précédente peut être ramené à une chaîne de MARKOV multiple avec revenu (selon la dénomination de HOWARD).

A titre indicatif, donnons la description d'une chaîne de MARKOV multiple avec revenu dans le cas stationnaire et montrons comment s'applique le principe d'optimalité.

Considérons un processus aléatoire de décision discret tel que, à tout changement d'état E_i vers E_j, $i, j = 1, 2, \ldots,, M$ on peut faire correspondre une probabilité $p_{ij}^{(r)}$. Pour chaque état E_i, on considère un ensemble de m_i vecteurs stochastiques $[p_i^{(r)}] = [p_{i1}^{(r)}, p_{i2}^{(r)}, \ldots, p_{iM}^{(r)}]$; le choix d'un tel vecteur d'indice r parmi les m_i vecteurs est libre et constitue une décision. A toute probabilité $p_{ij}^{(r)}$ on associe une valeur ou revenu $R_{ij}^{(r)}$ qui est un nombre réel; on forme ainsi des vecteurs de revenu $[R_i^{(r)}] = [R_{i1}^{(r)}, R_{i2}^{(r)}, \ldots, R_{iM}^{(r)}]$, qui seront associés aux vecteurs stochastiques correspondants.

On appelle « politique » une séquence de décisions sur un ensemble de périodes (phases) jointives. Considérons N transitions successives effectuées

aux dates 0,1,2 ..., N-1; on demande quelle est la ou les politiques optimales, c'est-à-dire qui rendent maximale (ou tout aussi bien minimale dans un autre cas) la somme des valeurs des N transitions.

Appelons $q_i^{(r)}$ l'espérance mathématique de la valeur d'une transition quand on est dans l'état E_i à une date quelconque n et que l'on a choisi le vecteur stochastique $[p_i^{(r)}]$. On a :

$$q_i^{(r)} = \sum_{j=1}^{M} p_{ij}^{(r)} R_{ij}^{(r)}, \quad i = 1, 2, \ldots, M.$$

Soit v_i (N — n, N) l'espérance mathématique de la valeur totale sur n transitions depuis la date N — n jusqu'à la date N lorsque à la date N — n le système est dans l'état E_i ; alors, en vertu du principe d'optimalité :

$$v_i (N - n, N) = \underset{r=1,2,\ldots n}{\text{MAX}} \left[q_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{M} p_{ij}^{(r)} v_j (N - n + 1, N)\right]$$
$$i = 1, 2, \ldots, M.$$

Pour le mathématicien, d'une part, et pour l'économiste ou analyste, d'autre part, de bien belles questions se posent à propos de ces chaînes de MARKOV multiples dans le cas où elles sont stationnaires : convergence (ergodisme), décomposition de l'ensemble des états en classes d'équivalence, de connexité, approximation dans l'espace des politiques.

Des procédés nouveaux ont été récemment introduits pour approcher rapidement la ou les politiques optimales en utilisant des calculateurs électroniques.

Ces derniers s'avèrent indispensables, pratiquement dès qu'on s'intéresse à des problèmes réels d'aspect économique; c'est le cas, par exemple, des problèmes d'entretien et remplacement, de nombreux problèmes de production et stocks, de démographie économique, etc...

Quand on s'intéresse à la programmation dynamique, on ne peut oublier certains prolongements qui s'imposent. En tout premier lieu, les problèmes à anticipation, à apprentissage ou à adaptation. Il s'agit, en fait, de serrer la réalité de plus près, en acceptant de reconnaître combien il est arbitraire de se donner a priori un certain horizon économique, au lieu d'étudier la façon dont l'information issue du passé se disperse au fur et à mesure qu'on anticipe plus loin, mais cette étude n'est pas commode dans l'état actuel de nos connaissances.

Les récents travaux de BELLMAN et de son équipe, en ce qui concerne les systèmes à apprentissage (ou adaptation) sur les contrôles séquentiels peu-

vent être avec bonheur étendus à des processus économiques dans l'entreprise ou dans des structures plus larges.

Il est très excitant de reconnaître combien sont analogues les préoccupations des ingénieurs en fusées cosmiques et celles des économistes d'entreprise; le déploiement se fait par étage, phase par phase, avec correction ou adaptation.

La programmation dynamique est la méthode de calcul de l'ingénieur en fusées, elle doit former une partie importante dans un proche futur, de la liste des instruments permettant la préparation de la décision et son adaptation aux perturbations de l'environnement.

Les calculateurs électroniques et la recherche opérationnelle

par M. LINSMAN (Belgique)
Chargé de cours à l'Université de Liège,
Directeur du Centre Interdisciplinaire de Calcul de l'Université

En Recherche Opérationnelle, comme en beaucoup d'autres disciplines, les calculateurs électroniques — on dit aussi les ordinateurs — ne sont évidemment que des outils. Des outils qui se révèlent toutefois extrêmement précieux et parfois même indispensables.

Notre propos, dans cet exposé, sera de dire l'incidence qu'ils ont ou peuvent avoir sur la Recherche Opérationnelle.

Mais il convient peut-être que nous rappelons tout d'abord en quoi ils consistent et quels sont les principes de leur utilisation. Très brièvement sans doute, car les calculateurs électroniques ont suffisamment fait parlé d'eux pour qu'il n'y ait plus lieu dans un exposé général de s'attarder longuement à leur description.

Mais ils ont aussi été l'objet de trop de propos faciles, où la note était toujours au merveilleux, pour qu'il ne soit pas inutile de ramener les choses à leur juste signification. Il se fait d'ailleurs, qu'en ce domaine, la réalité est plus belle que le rêve.

Abstraction faite de la nature physique des éléments dont ils sont composés, les calculateurs électroniques peuvent être comparés jusqu'à un certain point à des machines à calculer ordinaires que l'on aurait placées sous la commande d'un programme de calcul, programme qui leur dicterait une à une les opérations à effectuer. Ce programme serait, par exemple, enregistré sur une bande perforée se déroulant instruction par instruction d'une manière automatique.

Etant toutefois dans l'obligation de retenir données et résultats intermédiaires de calcul pour le besoin de leur travail, ces machines devraient évidemment comporter plus de registres qu'elles n'en possèdent habituellement : c'est ce que, non sans équivoque, on a appelé la mémoire des machines.

Les calculateurs électroniques sont seulement infiniment plus rapides, leur vitesse opératoire s'exprimant en microsecondes, en attendant qu'on l'exprime en nanosecondes, c'est-à-dire en milliardièmes de seconde; ils possèdent une mémoire dont la capacité, grâce aux techniques d'enregistrement magné-

tique et pour autant qu'on veuille y mettre le prix, peut être rendue pratiquement illimitée; ils se caractérisent enfin par le fait que le principe du programme enregistré y est exploité avec un maximum de souplesse.

Il faut d'ailleurs observer que les calculateurs électroniques opèrent aussi bien sur des caractères alphabétiques que sur des chiffres, les uns et les autres étant de toute manière présentés dans un code binaire. Et c'est ainsi que le domaine d'utilisation de ces machines dépasse largement celui du simple calcul scientifique et s'étend au domaine de l'information dans toute sa diversité : on doit entendre par là les travaux comptables et administratifs, le traitement des données techniques de toutes sortes, les travaux textuels tels que les travaux de documentation, d'édition et de traduction des langues, d'autres encore sur lesquels nous aurons l'occasion de revenir plus loin.

C'est la raison pour laquelle l'industrie des calculateurs électroniques a pris un si grand essor, essor qui paraît encore loin de devoir se ralentir.

On peut sans doute se demander comment les calculateurs électroniques peuvent être aussi universels dans leurs applications. Cela tient à ce que tous les travaux dont il vient d'être question ne procèdent, en dépit de leur diversité, que d'un tout petit nombre d'opérations élémentaires différentes : enregistrement, lecture, addition, soustraction, multiplication, comparaison de données, suppression, sélection, décalage de caractères. Il suffisait donc pour qu'une même machine puisse effectuer tous ces travaux qu'elle soit capables d'effectuer les quelques opérations élémentaires mentionnées et de les enchaîner selon des programmes pré-établis et extérieurs aux machines. En effet, toutes les difficultés sont alors rejetées dans la composition des programmes, c'est-à-dire en dehors des machines.

La rédaction des programmes, dans la forme où ils sont exploités par les machines se révèle souvent un travail long et difficile, car le language des machines, qui dépend de leur structure, est généralement fort éloigné de notre propre language.

Une fois établi, un programme vaut cependant pour la résolution de tous les problèmes rentrant dans une même catégorie et ne différant l'un de l'autre que par les données. On peut ainsi constituer progressivement des bibliothèques de programmes qui augmentent constamment la liste des travaux que peuvent résoudre les machines, sans que cela n'exige plus de préparation importante. Mais comme la composition d'un programme relève elle-même du traitement de l'information, on peut encore demander aux machines de participer à cette composition. Des procédés de programmation automatique et des languages synthétiques ont ainsi été développés qui permettent de soulager fortement le travail de programmation; les machines comprennent ces languages

synthétiques grâce à la mise en œuvre d'autres programmes, interprétatifs ou traducteurs, rédigés, eux, dans le language même des machines.

Les constructeurs de calculateurs électroniques s'efforcent d'amener leurs clients — dans l'intérêt de tous — à l'échange des programmes. Mais cet échange n'est pas encore, soit dit en passant, la panacée universelle qui libérerait de tous les soucis de la programmation, et par ailleurs l'idée de la programmation automatique semble avoir provoqué l'apparition dans le monde des machines d'un nombre de languages plus grand, toute proportion gardée, que la construction de la Tour de Babel dans le monde des humains.

L'une des principales caractéristiques de la Recherche Opérationnelle — qui la rend difficile et passionante à la fois — réside en ce que les problèmes n'y sont pas seulement à résoudre : ils sont avant tout à dégager en même temps que les facteurs à prendre en considération, facteurs qui sont généralement nombreux et affectés d'un certain caractère aléatoire.

La Recherche Opérationnelle doit donc commencer par l'observation. Et si l'expérimentation n'est pas toujours interdite, comme c'est le cas lorsqu'on agit sur un marché pour déterminer les coefficients d'élasticité, on ne peut cependant perturber délibérément le fonctionnement d'une entreprise, compromettre des fabrications, s'engager dans des réalisations coûteuses, risquer des aventures économiques, pour essayer de faire apparaître, d'une manière directe, — à supposer que la chose soit possible — les facteurs que l'on cherche à découvrir.

L'observation systématique est grandement facilitée par le recours aux procédés automatiques d'enregistrement, en sorte que l'on peut être conduit à devoir exploiter des volumes importants, de donner surtout quand l'observation porte sur des traitements de masse ou s'étend sur des périodes de quelque durée. On conçoit que semblable exploitation puisse être grandement facilitée par le recours aux calculateurs électroniques, qu'il s'agisse de dépouiller des enquêtes ou d'établir des relevés statistiques.

C'est la première raison pour laquelle les calculateurs électroniques interviennent en Recherche Opérationnelle.

La seconde raison tient à ce que la Recherche Opérationnelle demande souvent des calculs numériques importants notamment du fait qu'elle poursuit la recherche de solutions optimales.

Le calcul matriciel, la résolution des systèmes d'équations linéaires à grand nombre d'inconnues, l'analyse stochastique y sont familiers.

En ce qui concerne les problèmes d'optimisation, nous observerons que leur difficulté croît rapidement avec le nombre des variables prises en consi-

dération et avec les contraintes qui peuvent être imposées à ces variables, comme c'est généralement le cas en Recherche Opérationnelle.

Nous pensons, par exemple, au problème de programmation linéaire que l'on rencontre dans la théorie des jeux, les problèmes de transport, de stockage, de mélange et de production. En termes purement algébriques, ce problème s'énonce simplement comme ayant pour objet de trouver les valeurs d'un certain nombre de variables rendant maximum ou minimum une fonction linéaire donnée, appelée fonction économique, ces variables étant assujetties à certaines contraintes s'exprimant sous la forme d'équations et d'inéquations linéaires.

Il admet une interprétation géométrique fort simple qui, dans le cas du plan ou de l'espace à trois dimensions, consiste à trouver le sommet d'un polygone ou d'une polyèdre convexe qui se trouve être le plus proche ou le plus éloigné d'une droite ou d'un plan donné.

On trouvera peut être paradoxal, mais c'est ainsi, que la résolution d'un problème en apparence aussi simple puisse requérir l'emploi de calculateurs électroniques.

Remarquons d'ailleurs que la solution générale de ce problème est relativement récente : elle est due à Georges DANTZIG, qui l'a publiée en 1947 sous le nom de « Méthode du simplexe ».

Un troisième motif d'intervention des calculateurs électroniques en Recherche Opérationnelle réside en ce que cette dernière use de méthodes de simulation.

Quand un phénomène est trop complexe ou qu'il fait intervenir des grandeurs variant d'une manière discontinue ou présentant un caractère aléatoire, l'analyse mathématique est souvent impuissante à l'étudier. Mais on peut toujours procéder par simulation numérique en remplaçant les grandeurs impliquées par leurs valeurs et en faisant varier ces valeurs selon les lois qui gouvernent les phénomènes en cause.

Les problèmes que l'on doit étudier de la sorte sont nombreux, car ce serait une illusion de croire que les phénomènes naturels sont obligatoirement mathématisables, au sens habituel du terme. Citons au hasard l'étude de la circulation routière, de l'installation et de la commande des feux de signalisation; des modifications à apporter à un réseau routier pour améliorer le trafic; des modalités d'exploitation d'une ligne de chemin de fer dans des conditions données; ou encore l'étude des problèmes des files d'attente que l'on rencontre dans l'exploitation de nombreuses entreprises.

Il est évident que les calculateurs électroniques se prêtent particulièrement bien à de telles études, car une fois qu'un programme de simulation a été éta-

bli, il permet de procéder à de nombreuses expériences par simple variation des données du problème étudié, en sorte que l'on peut faire de ce dernier une étude pratiquement exhaustive.

Il n'est pas exclu que les calculateurs électroniques puissent faire plus encore.

Des études actuellement en cours laissent à penser que l'on parviendra à simuler numériquement les processus d'apprentissage, et déjà l'on parle d'intelligence artificielle. Il ne s'agit plus d'une philosophie facile s'appuyant sur des analogies superficielles entre machines et êtres vivants, mais bien de processus opératoires — c'est-à-dire de programmes — qui permettraient aux machines de se comporter en fonction d'une certaine expérience qu'elles auraient acquises.

Une telle possibilité trouverait sans doute des applications dans l'étude des problèmes de stratégie.

Une dernière remarque encore : la Recherche Opérationnelle ne saurait rester indifférente aux possibilités remarquables qu'offre l'automatique moderne. Pour que l'on puisse atteindre à des conditions optima d'exploitation, dans la production de l'énergie par exemple, elle sera amenée à recommander l'emploi des procédés automatiques pour réaliser constamment ces conditions optima. Ces procédés demandent l'intervention de systèmes de réglage extrêmement souples, capables de réagir rapidement aux variations de nombreux paramètres. Des calculateurs électroniques seront incorporés dans ces systèmes, qui procéderont par appel de programmes adaptés à toutes les situations qui pourront se présenter.

Détermination de la limite de fonctionnement à coût minimum du moteur d'aviation Pratt et Whitney R. 2800

par D. BINDLER-GASPARD (Belgique)
Attachée à la Recherche Opérationnelle de la Sabena

Origine de la simulation.

C'est seulement l'histoire d'une simulation qui s'achève que je vais vous résumer ici.

Je voudrais surtout, durant le laps de temps qui m'est assigné, faire revivre devant vous les différentes difficultés rencontrées au cours de la création de cette simulation et vous signaler les moyens que nous avons dû utiliser pour les surmonter.

Depuis fort longtemps déjà, le service Planning de la Sabena, songe à une méthode scientifique qui ordonnerait et valoriserait ses connaissances pratiques et lui permettrait de connaître assez rapidement la période optimum de révision d'un nouveau moteur; c'est-à-dire la limite de fonctionnement qui, pour un taux d'avaries admissible, minimiserait le coût horaire.

Aussi, lorsqu'en mars 1960, le Groupe de Travail « Gestion du Matériel » de l'AGESCI décida d'aborder l'étude d'un problème réel d'usure et de remplacements, celui de la Sabena fut adopté à l'unanimité.

Il fut alors immédiatement pris en charge par le Groupe de Travail, dirigé scientifiquement par Monsieur Kaufmann (1); et d'analyse en critique, de critique en analyse, il prit finalement forme.

Dès les premières discussions, une conclusion était certaine : le problème à étudier ne se prêtait guère par sa complexité, inhérente aux phénomènes d'usure et de fatigue et à leurs interactions à une représentation analytique. Nous ne pouvions donc le résoudre que dans le contexte d'une simulation.

C'est-à-dire que nous avions à fabriquer un échantillon artificiel de la population moteurs, à l'aide duquel nous allions retracer la loi d'usure de ce moteur et de là, simuler en ordinateur, toutes les politiques possibles de révision parmi lesquelles nous aurions alors à déterminer la plus satisfaisante.

---

(1) Professeur à l'Institut polytechnique de Grenoble. - Conseiller scientifique à la Compagnie des Machines Bull.

Ou encore :

1) Nous allions devoir simuler des *enlèvements moteurs* soit pour *fin d'heures*, soit pour *avaries*.

2) Opter dans le cas de l'avarie entre un certain type de *réparation* et la *révision* totale.

3) Calculer, dans chaque cas, le *coût* de réparation ou de révision en tenant compte entre autre, de la valeur de la pièce avariée (s'il y en a une), de la valeur de chaque pièce déclassée, des frais de main-d'œuvre et d'atelier.

4) Déterminer les moyennes mobiles des coûts horaires et des taux d'avaries et en déduire la période optimum.

Choix du moteur.

La première décision était prise, nous allions construire une simulation. Quel type de moteur allions-nous choisir comme modèle de la simulation?

Il fallait, pour qu'il soit à même de tester l'efficacité de la simulation, que ce soit à la fois un moteur bien connu et suffisamment stable; c'est-à-dire n'ayant subi ces dernières années aucune modification importante pouvant affecter d'une façon sensible son comportement.

C'est en effet un des plus stables et des plus anciens moteurs de la Sabena et nous possédons à son sujet de nombreuses informations qui nous ont permis d'établir des statistiques fort valables.

Définition du moteur.

Or durant la simulation, il est nécessaire de pouvoir engendrer à l'aide d'une méthode de Monte-Carlo (The Power Method) des avaries des pièces du moteur aussi bien que des déclassements de pièces, c'est-à-dire que nous devons donc fournir comme données à la simulation les courbes de survie des différentes pièces du moteur.

Après avoir soigneusement examiné les renseignements à notre disposition, le moteur a été considéré comme un assemblage de pièces principales réparties en 14 familles et de pièces secondaires réparties en 5 groupes.

Nous avons dénommé pièces principales, celles dont la consommation moyenne dépasse la valeur 100 $ par révision sur base du prix catalogué. Exemples : cylindres, pistons, vilebrequin.

Toutes les autres pièces ont été appelées pièces secondaires et cataloguées en 5 groupes.

Chaque groupe a été constitué de telle manière que toutes les causes d'avaries des pièces du groupe entraînent un même type de réparation que nous supposons standard par exemple : Groupe C : Avaries entraînant un remplacement de cylindres en atelier.

De plus les pièces principales au nombre de 136 par moteur seront individualisées durant la simulation (18 cylindres, 18 pistons, 1 vilebrequin...), tandis que les pièces secondaires resteront banalisées en cinq groupes distincts.

Cette identification du moteur à un assemblage de pièces principales et secondaires est la grande particularité et je pense même la grande originalité de cette simulation (du moins parmi les modèles de même nature des compagnies aériennes).

Le moteur étant ainsi défini, il a fallu passer à l'établissement des courbes de survie de ses différentes composantes.

Monsieur Kaufmann fit alors appel à Monsieur Descamps (2) qui dès ce moment fit bénéficier le groupe de son expérience en matériel aéronautique entre autre pour le relevé des échantillons et l'extrapolation des courbes de survie.

Courbes de survie.

Les échantillons de pièces principales relevés pour l'établissement des lois de survie « déclassements » proviennent de fiches établies lors de la mise en service de ces mêmes pièces.

Les fiches indiquent l'âge auquel la pièce a été déclassée ou si elle est encore en service, le n° du moteur sur lequel elle est montée.

Pour tracer les courbes de survie déclassements, nous avons utilisé deux des méthodes fournies par Monsieur Descamps.

1) Nous avons surtout appliqué la méthode dite « générale » qui consiste à relever, à une date de base fixée, la situation et l'historique de tous les équipements.

Toutefois, cette méthode étudie le comportement de toute la population alors que nous devons nous limiter à l'étude d'un échantillon.

Cet échantillon comportant en moyenne 100 à 200 pièces est relevé au hasard dans la population des 5 dernières années. De plus sont uniquement admises les pièces considérées depuis le début de leur mise en service (origine O) jusqu'à une certaine date finale.

---

(2) Directeur des Etudes de Recherche Opérationnelle à la S.E.M.A. (Paris).

2) Dans le cas où seule la population des morts était parfaitement connue, la méthode dite « Méthode des matériels de première monte ».

Ayant ainsi obtenu les courbes expérimentales de survie déclassements de certaines pièces principales, nous avons supposé que *le taux de survie déclassements* d'une pièce est composé d'un terme constant et d'un *terme proportionnel à une certaine puissance du temps :*

$$r_0 + r_1 t^x$$

et nous avons égalé, toute comme dans la méthode élaborée par Pascaud :

1) le taux de survie des courbes expérimentale et théorique à l'âge T (limite de validité de la statistique);

2) la vie moyenne des courbes expérimentale et théorique au même âge T;

ce qui nous a permis de déterminer le taux de survie déclassements des pièces principales

$$e^{-(r_0 t + r'_1 t^{(x+1)})}$$

Notons qu'en moyenne les courbes de survie théorique ne s'écartent que de quelques % des points expérimentaux.

Quant aux pièces principales dont nous ne disposions pas d'autre statistique que la consommation, nous avons évalué leurs lois de survie déclassements par analogie avec les lois de survie déclassements connues des pièces principales équivalentes, c'est-à-dire similaires par la nature et par les sollicitations subies.

Nous n'avons déterminé aucune loi de survie déclassements des groupes de pièces secondaires car le coût de déclassement des pièces secondaires ne représente qu'une faible part du coût total d'une révision et peut être considéré comme constant.

Par contre, nous avons recherché les courbes de survie avaries des groupes de pièces secondaires en utilisant la seconde méthode citée précédemment; ces courbes jouent un rôle fondamental dans la simulation puisque environ 70% des avaries sont dues aux pièces secondaires.

Nous n'avons pas su extraire de la faible population des pièces principales avariées, la loi de survie avaries de chaque famille de pièces principales.

Nous basant alors :

1) sur l'hypothèse plausible que les critères de déclassement donnés par le constructeur sont supposés être établis de façon que si une pièce portant une usure ou un défaut déterminé peut être remise en service d'après les normes du constructeur, cela suppose qu'elle pourra en toute sécurité effectuer au moins une période moteur;

2) et sur la restriction supplémentaire qu'une avarie peut se produire durant les premières heures de vie d'une pièce, nous avons su construire la loi de survie avaries de chaque pièce principale à partir de la loi de survie déclassements correspondante.

C'est-à-dire que la courbe de survie « avaries » est obtenue par le déplacement de la courbe de survie « déclassements » correspondante d'un *potentiel*, Δ *HV, vers la droite* en admettant toutefois que le *taux de survie est linéaire durant les premières heures de fonctionnement.*

La valeur de Δ HV et la pente de la droite ne peuvent être obtenues ni par essai, ni par relevé statistique, nous devons donc entamer la simulation avec des valeurs vraisemblables; celles-ci seront modifiées en cours de calcul si le pourcentage d'avaries obtenu s'écarte de la réalité; ces modifications provoqueront un arrêt du programme et la simulation devra être relancée avec les nouvelles données.

Coûts.

L'élaboration des lois de survie étant achevée, il ne nous restait plus qu'à estimer les différents coûts de réparation et de révision d'un moteur.

Nous avons su affecter la révision sans déclassement de pièces principales d'un moteur Pratt et Whitney R-2800 d'un prix standard.

De même nous avons évalué le coût standard de chacun des 5 types de réparation sur lesquels sont greffés les 5 groupes de pièces secondaires et suite d'ailleurs à ce calcul, nous avons réparti les 14 familles de pièces principales en ces cinq groupes.

De plus, dans le cas d'une avarie, nous avons encore tenu compte d'un coût moyen supplémentaire à ajouter à la réparation ou à la révision qui découle de cette avarie, ce coût moyen supplémentaire est fonction de la probabilité que présente une avarie moteur, d'immobiliser un avion en escale et par conséquent d'entraîner des frais extraordinaires d'exploitation et de dépannage.

Test économique.

Avant d'entamer la construction logique de la simulation en 1401, nous avons encore conçu un test économique qui permet en cas d'avarie de brancher le moteur vers la réparation ou la révision, ce test doit en somme refléter au mieux, la politique suivie à l'atelier de base.

Types de simulation.

Toutes les données sont enfin prêtes.

Une dernière fois, le Groupe de l'AGESCI discute de la ligne générale que doit suivre la simulation.

Au départ de la simulation, nous considérerons une population de 48 moteurs à l'état neuf.

Nous simulerons un certain temps d'utilisation (par exemple 5 ans) et nous adopterons comme unité de temps : 100 H.V.

En fait nous choisirons deux politiques extrêmement différentes de la simulation que nous dénommerons simulation Type I et simulation Type II.

Lors du 1er type de la simulation, nous étudierons les effets du choix de certaines valeurs de la période moteur, en essayant dans chaque cas d'atteindre le régime permanent.

Tandis que lors du 2me type de la simulation, nous étudierons les effets consécutifs dus à l'augmentation graduelle de la valeur de la période moteur en régime dynamiquement transitoire, ce qui reflète mieux la réalité.

D'après les résultats obtenus, principalement le taux d'avaries et le coût horaire, nous pourrons envisager éventuellement d'autres politiques, par exemple, fixer une certaine limite d'utilisation à certaines pièces principales et de là en déduire finalement la période de révision optimum du moteur.

La méthode de résolution étant définie, nous n'avions plus qu'à exprimer le problème en logique ordinateur.

Une nouvelle phase commençait qu'il est impossible de décrire ici sans faire un cours détaillé sur la logique générale des ordinateurs qui est plus rigide que la nôtre.

Forme de la simulation.

Nous avons décidé de scinder la simulation en 3 phases ou plus exactement en 3 programmes.

Le premier servirait à l'élaboration du catalogue; c'est-à-dire qu'il créerait les 48 carnets moteurs.

Chaque carnet moteur comprendrait : une information détaillée pour chaque pièce principale (soit 136 par moteur) et une information également détaillée pour chaque groupe de pièces secondaires (soit 5 par moteur).

Cette information détaillée contient entre autre l'âge, le coût de la pièce, les coefficients des courbes de survie...

Le second ne serait autre que la simulation qui utiliserait constamment le catalogue fourni par le premier.

Quant au troisième qui servirait à tester la validité du régime permanent, nous ne nous en sommes pas préoccupés jusqu'à maintenant.

Organigrammes et ordinogrammes.

Nous avons alors préparé, fort méticuleusement, en deux étapes, la programmation de ces deux phases fondamentales.

Nous avons d'abord présenté la résolution du problème sous forme d'organigrammes qui expriment la simulation en logique ordinateur et puis nous avons développé ces organigrammes en ordinogrammes qui détaillent la simulation suivant la logique de l'ordinateur responsable, soit l'IBM 1401 (4000 digits, 4 armoires à bande).

Programmation de la simulation.

La simulation a alors été programmée pour son utilisation en 1401.

Le premier programme « Elaboration du catalogue » utilise deux armoires à bande et occupe approximativement 3.800 digits.

Le deuxième ou simulation utilise 4 armoires à bande dont une contient le programme et occupe approximativement 10.000 digits.

Nature des résultats.

Chaque fois que tous les moteurs de la population auront tourné 1.000 HV, le coût horaire moyen et le taux d'avaries moyen seront imprimés en même temps que le nombre de réparations, le nombre de révisions, le nombre de moteurs avariés et la période traitée.

Au même instant, nous sortons également des cartes résultats contenant le coût horaire moyen et le taux d'avaries moyen; celles-ci nous permettront par la suite de tester la nature du régime de la population moteurs, tandis qu'en cours de simulation, nous imprimons des indications concernant la nature des avaries, des pièces déclassées, les coûts des réparations et des révisions, et qu'à la fin de l'étude d'une période moteur, nous imprimons entièrement le nouveau catalogue.

Afin de pouvoir sans inconvénient arrêter la simulation en cours de calcul et surtout de pouvoir répartir sans ennui, nous perforons, après chaque cycle de 100 H.V. de toute la population moteurs, une carte pilote qui nous permettra de recommencer la simulation où nous l'avions laissée.

1er essai.

Nous avons ensuite passé plusieurs heures à la 1401 pour vérifier toute la programmation jusqu'en ses moindres ramifications.

Vers la mi-avril, cette année, nous avons lancé la simulation après quelques heures de travail, nous nous sommes aperçus que le taux d'avaries obtenu restait supérieur au taux d'avaries réel.

Nous avons alors revu avec des ingénieurs spécialisés en moteurs Pratt et Witney R-2800, la méthode utilisée pour construire les courbes de survie avaries à partir des courbes de survie déclassements. Il est apparu que la corrélation entre les critères de déclassement d'une pièce et les avaries subies par cette pièce est minime ou du moins varie fortement suivant la nature de la pièce.

Sans écarter définitivement cette première méthode qui mérite d'être testée soigneusement ,nous avons décidé dans l'optique d'une première approche de rechercher l'avarie à l'aide de la courbe de survie avaries entre révisions des pièces principales et de la courbe de survie avaries entre révisions des pièces secondaires en affectant chaque courbe de survie avaries entre révisions d'une pièce principale d'un poids déterminé.

Le programme de la simulation a été modifié en ce sens et nous attendons les nouveaux résultats.

Toutefois, le laborieux travail qui a été fait jusqu'à présent et qui risque d'être encore fort long peut déjà être considéré comme fructueux.

En effet, la nécessité de recréer à l'aide d'un modèle simple le jeu, plein d'interférences des réparations et des révisions moteurs, nous a obligés à repenser toutes les étapes de la vie du moteur, à améliorer le traitement des informations, à revoir les critères adoptés, à s'en poser de nouveaux... en un mot nous a entraînés et nous entraîne encore à parfaire notre connaissance de ce genre de problème, et la politique suivie jusqu'à présent.

Conclusions

par M. LINSMAN (Belgique)
Chargé de cours à l'Université de Liège
Directeur du Centre Interdisciplinaire de Calcul de l'Université.

Au cours de ces deux journées d'études, des sujets parfois assez éloignés les uns des autres ont été traités. On a cependant pu constater qu'ils s'inscrivaient tous dans un même mouvement d'idées et que l'on y poursuivait toujours un même objectif : la recherche de solutions optimales.

C'est l'une des principales caractéristiques de la Recherche Opérationnelle de ne connaître aucune limite dans ses investigations et c'est aussi ce qui la rend si séduisante à ceux qui en toute chose recherchent l'unité de pensée et aiment à dégager les notions fondamentales.

La Recherche Opérationnelle, a-t-on observé, s'est développée dans les grandes entreprises en raison de l'accroissement des moyens mis en œuvre et de l'extension prise par les marchés. Mais on a aussi insisté — et tout spécialement — sur le fait qu'elle intéressait également les moyennes et même les petites entreprises, et qu'il n'était plus désormais d'entreprise viable sans méthodes scientifiques de gestion.

A notre époque, où il importe de savoir s'adapter constamment à des conditions économiques éminemment variables et où le progrès des sciences va sans cesse accélérant, le chef d'entreprise s'il croit en l'importance de la recherche opérationnelle, ne peut différer de lui accorder l'attention qu'elle mérite.

Il importe qu'il se pénètre de son esprit et de ses méthodes si même il doit laisser au spécialiste le soin de résoudre les problèmes qui en relèvent.

Mais comment y parvenir sans trop de charges, avec un minimum de difficultés et un maximum d'efficacité?

Que voilà donc une question qui a la résonnance d'un problème de Recherche Opérationnelle.

Les contraintes sont évidentes. La Recherche Opérationnelle réclame une tournure d'esprit à laquelle ne disposent pas les habitudes traditionnelles de gestion, mais elle exige en même temps beaucoup de maturité et la connaissance de méthodes mathématiques qui ne sont pas encore entrées dans les cours généraux des universités.

Il n'est par ailleurs pas toujours facile de trouver au sein d'une entreprise, même importante, un groupe de personnes suffisamment informées pour constituer un bureau de Recherche Opérationnelle réellement efficace.

C'est pourquoi nous pensons devoir suggérer la solution suivante, et nous nous adressons ici tout particulièrement aux chefs d'entreprises de la région liégeoise.

On parle souvent depuis quelque temps de la nécessité de contacts toujours plus étroits entre l'Industrie et l'Université — et ceci dans l'intérêt de l'une comme de l'autre.

Et il est un fait que les liens qui ont été noués ces dernières années entre l'Industrie du bassin et l'Université de Liège se sont révélés particulièrement heureux.

Pourquoi l'Industrie ne poursuivrait-elle pas ses efforts dans le domaine de la Recherche Opérationnelle, en liaison avec l'Université? Non que l'Univerité soit dispensatrice de toutes connaissances et qu'elle n'ait aussi ses contraintes, mais parce qu'elle offre le climat le plus favorable au développement des idées neuves.

Tout un enseignement consacré à la Recherche Opérationnelle, aux mathématiques indispensables à cette discipline et aux calculatrices électroniques existe déjà à la Faculté des Sciences appliquées de l'Université de Liège et d'autre part un Centre Interdisciplinaire de Calcul équipé d'un calculateur électronique fonctionne depuis plusieurs années déjà.

La liaison entre l'Industrie et l'Université a déjà été établie par le C.L.A.P. et les Fonderies Magotteaux en la personne de Monsieur Collignon et les Usines Cockerill-Ougrée en la personne de Monsieur Dor.

Nous sommes convaincus que si d'autres entreprises du bassin voulaient se joindre au groupe déjà formé, nous en tirerions tous le plus grand profit.

C'est sur cet acte de foi que nous terminerons en espérant par ailleurs que les entreprises qui auront bénéficié de l'aide de l'Université, voudront de leur côté autoriser ceux de leurs ingénieurs que l'Université aura formés en recherche opérationnelle à figurer au nombre de ses collaborateurs scientifiques.

Exposé de clôture

par P. HENRARD,
Président du Conseil d'Administration du Centre Liégeois pour l'Accroissement de la Productivité.

Mesdames, Messieurs,

Dans le Programme de ces deux journées vous pouvez lire « Allocution de clôture par le Président ».

Comme je ne veux pas vous imposer, au cours du déjeuner, un nouveau discours, je préfère vous présenter, dès maintenant, une série de conclusions qui sont basées sur les réactions d'un Industriel dont j'ai subi la formation ou... la déformation.

Nous avons certes entendu, au cours de ce Colloque, des communications extrêmement intéressantes. Pour ma part, à cause de ma déformation, je reste fidèle à l'idée que le centre-moteur de l'entreprise est la direction ou l'équipe de direction.

Je retire des communications qui ont été faites que, dans une équipe de direction d'une entreprise, la présence d'un spécialiste de la Recherche Opérationnelle représente un grand avantage.

Ce spécialiste dote, en effet, cette équipe d'un esprit de recherche et d'analyse qui crée une mentalité prospective dont toute l'entreprise doit incontestablement bénéficier.

Je crois qu'un grand nombre d'entreprises possèdent déjà cet esprit, tout au moins sous une forme embryonnaire. Cependant, la présence dans l'équipe de direction d'un spécialiste de la Recherche Opérationnelle permet de développer, de concrétiser davantage cet état d'esprit surtout s'il s'agit d'entreprises moyennes.

Les exposés des cas pratiques d'application que nous avons entendus répondent mieux à la conception que l'industriel se fait de la Recherche Opérationnelle. En effet, malgré l'ampleur des possibilités mathématiques et le perfectionnement des machines à calculer, vous n'avez jamais pu ou voulu saisir la totalité des données dans la mise en équation des problèmes. Vous avez dû simplifier le problème et le ramener à ses axes principaux. Je pense que

c'est là un des avantages de la méthode car en toutes circonstances, vous vous efforcez de séparer le principal de l'accessoire, ce qui est une donnée précieuse par la direction.

En somme, vous concentrez vos recherches sur un certain nombre de données fondamentales et vous vous efforcez de les analyser avec toutes les ressources et la rigueur de la science mathématique.

Un des plus grands avantages de la Recherche Opérationnelle, telle qu'elle vient de vous être exposée réside à mon avis, dans le fait que toute Recherche Opérationnelle doit être précédée d'une analyse rigoureuse et complète des problèmes, analyse à laquelle je suppose vous associez pleinement les praticiens de l'entreprise.

Comme l'a fort bien exposé M. LINSMAN, cette analyse entraîne l'obligation de rechercher, avec un esprit neuf et objectif, tous les critères d'activités, d'étudier leur influence respective et je comprend fort bien que cette étude puisse faire apparaître des problèmes nouveaux et entraîner des révisions de jugement assez spectaculaires et des renversements de valeurs dans des critères généralement admis.

Je vois donc, dans la Recherche Opérationnelle, une méthode de perfectionnement interne susceptible d'apporter un esprit nouveau pour les cadres et la direction. A ces divers titres, nous devons la considérer comme un apport positif dans l'amélioration de la gestion de nos entreprises.

Au cours de ces journées, l'accent a été mis sur la liaison Industrie-Université. Personnellement j'ai toujours été un partisan convaincu de l'utilité et de l'efficacité de cette liaison que nous réalisons d'ailleurs pratiquement au niveau du C.N.R.M. et du C.L.A.P. La Recherche Opérationnelle est une raison nouvelle pour accentuer encore cette liaison.

Je reste également très préoccupé des moyens à mettre en œuvre pour permettre aux petites et moyennes entreprises, de bénéficier des bienfaits de la recherche, de l'organisation et de la Recherche Opérationnelle qui en est le prolongement.

Ces entreprises petites ou moyennes qui ne sont pas organiquement ou financièrement capables d'organiser sur elles-mêmes les services adéquats, devraient trouver quelque part, sur le plan régional, un Organisme qui puisse les aider.

J'ai été sur ce rapport, fort intéressé par la Communication faite par les Fonderies Magotteaux. Cet exemple montre que même dans les entreprises moyennes, on peut arriver, quand on le veut, à des résultats extrêmement con-

crets et intéressants. M. HALBART nous a même proposé, sous la forme des « investissements immatériels », un nouveau facteur d'analyse.

Une entreprise vaut ce que vaut son équipe de direction. Or, dans les entreprises moyennes que l'on dénomme souvent « entreprises familiales », on laisse trop souvent vieillir les cadres et les habitudes. Si la Recherche Opérationnelle pouvait, sous une forme à déterminer, pénétrer dans ces entreprises et y apporter l'esprit nouveau qui y fait défaut, l'industrie et je pense plus spécialement à l'industrie locale en ressentirait un très grand bien.

Nous pouvons donc affirmer sans crainte de nous tromper, que la Recherche Opérationnelle est nécessaire et utile à tous les niveaux. Mais, pour s'intégrer efficacement et harmonieusement dans les entreprises, elle doit connaître ses limites et rester à sa place, c'est-à-dire, au service de la direction et des praticiens de l'entreprise.

C'est là une réaction « d'industriel » que je vous engage à prendre en considération si Vous — Spécialistes de la Recherche Opérationnelle —, désirez augmenter votre influence et votre pénétration.

Je suis d'ailleurs convaincu que c'est ainsi que vous concevez votre rôle et puissions-nous, dans cet esprit et chacun selon sa force, participer au progrès de l'industrie en général et favoriser l'essor de la région liégeoise à laquelle nous sommes — à des niveaux divers — appelés à contribuer.

Note

La « Cátedra J.A. de Artigas Sanz » de l'Ecole Technique Supérieure d'Ingénieurs Industriels de Barcelone nous communique qu'elle publie une revue « Cuadernos de Estádistica Aplicada e Investigación Operativa ».

Le comité de notre revue a conclu avec la société espagnole un accord d'échange. Nous espérons ainsi pouvoir tenir à la disposition de nos lecteurs (Sogesci et S.B.S.) la collection de la revue espagnole, au fur et à mesure de sa constitution.

Voici, à titre d'indication, le contenu du premier numéro :

Nota

De « Cátedra J.A. de Artigaz Sanz » van de Hogere Technische School voor Industriële Ingenieurs te Barcelona deelt ons mede dat zij voortaan een tijdschrift « Cuadernos de Estádistica Aplicada e Investigaciónes Operativa » uitgeeft.

Het comité van ons tijdschrift heeft met de Spaanse maatschappij een wisselakkoord gesloten. Wij hopen aldus de volledige bundel van dit nieuwe tijdschrift, nummer na nummer, ter beschikking te kunnen stellen van onze lezers (Sogesci en S.B.S.).

Hierna, ter informatie, de inhoud van het eerste nummer :

A. Kaufmann. — La Teoriá de los Grafos y sus Aplicationes Industriales.
P. Clifford. — Gráficos de Control sin Cálculos.
M. Forestier. — Gráfico de Control simplificado.

Les membres intéressés peuvent adresser leur demande au secrétariat de la Sogesci.

Geïnteresseerde lezers worden verzocht hun vraag aan het Sogesci secretariaat te zenden.

Prix de vente

Au numéro :	Belgique	75	FB
	Etranger	90	FB
Abonnement :	Belgique	250	FB
(4 numéros)	Etranger	300	FB

Tarif de publicité
(4 numéros)

La page	:	5.000 F
La 1/2 page	:	3.000 F
Le 1/4 page	:	2.000 F

Les frais de clichés sont à charge de l'annonceur.

Publications d'articles

1) La Revue est ouverte aux articles traitant de statistique pure et appliquée, de recherche opérationnelle et de « quality control ».
2) Les manuscrits seront dactylographiés et peuvent être envoyés au secrétariat de la Revue : 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6.
3) Les auteurs d'articles techniques recevront 25 tirés à part de leurs textes.
4) La responsabilité des articles n'incombe qu'à leurs auteurs.

Verkoopprijs

Per nummer :	België	75	BF
	Buitenland	90	BF
Abonnement :	België	250	BF
(4 nummers)	Buitenland	300	BF

Advertentietarief
(4 nummers)

Per bladzijde	:	5.000 F
Per 1/2 bladzijde	:	3.000 F
Per 1/4 bladzijde	:	2.000 F

De cliché-onkosten vallen ten laste van de adverteerders.

Publicaties van artikels

1) Het Tijdschrift neemt artikels aan over wiskundige statistiek en toepassingen, over operationeel onderzoek en kwaliteitszorg.
2) De teksten dienen getipt gestuurd te worden naar het secretariaat van het Tijdschrift : 66, Neufchâtelstraat, Brussel 6.
3) De auteurs ontvangen 25 overdrukken van de technische artikels.
4) De auteurs zijn alleen verantwoordelijk voor de inhoud van hun teksten.